



MTI鐳射感測器在薄膜模態分析中的應用

江漢大學物理與資訊學院／盧俊輝



摘要

雨滴衝擊薄板引起薄板振動，利用鐳射感測器測量薄膜振幅，通過振幅識別雨滴直徑，實現雨滴直徑測量。首先，分析雨滴動能與雨滴直徑、薄板振幅與雨滴動能之間的關係；其次，利用有限元分析薄板模態和振動頻率，模擬雨滴衝擊薄板振動過程；最後，製作薄板雨滴譜感測器原理樣機，以3.8mm-1.7mm水滴衝擊薄板，薄板振動振幅測試結果與分析、模擬基本一致，驗證薄板雨滴譜感測器的可行性。

關鍵字：雨滴譜；薄板；模態；鐳射

一、前言

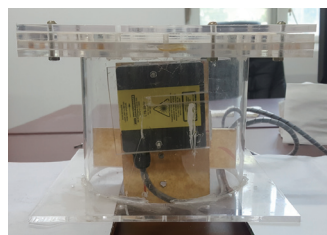
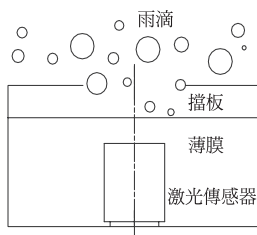
雨滴譜(DSD)表徵降雨的微物理特徵，即時反映降雨變化，準確測量降水強度、雷達反射率因數等物理量的基本參數，眾多科研機構從事了雨滴譜的研究。雨滴譜按其工作原理可分為：光學法^[1-2]、衝擊法^[3-4]、圖像法^[5-6]等。典型產品如：德國OTT公司OTT-M300鐳射滴譜儀，雨滴直徑解析度0.3mm；瑞典Disdromet公司RD-80衝擊雨滴譜，雨滴直徑解析度0.33mm；奧地利Joanneum Research公司2D圖像雨滴譜，雨滴直徑解析度0.2mm。

本文在衝擊法的基礎上結合振動現象，採用薄板振動振幅識別雨滴直徑。其原理在於，當雨滴衝擊薄板時，薄板振動振幅與雨滴動能

相關，且雨滴速度與雨滴直徑相關^[9-10]，因而雨滴動能與雨滴直徑相關，通過振動振幅可以間接識別雨滴直徑。

二、薄板雨滴譜感測器結構

薄板雨滴譜感測器由空腔、薄板、鐳射感測器組成，感測器結構及原理樣機見圖1。空腔為圓柱形塑膠空腔，頂部開放，直徑150mm，深度待定；薄板固定在空腔頂部，薄板材料為06Cr19Ni10不銹鋼，密度 $\rho=7.93\text{g}/\text{cm}^3$ ，彈性模量 $E=205\text{Nmm}^{-2}$ ，泊松比 $\mu=0.3$ ，薄板直徑150mm，薄板厚度待定；鐳射感測器安裝在空腔底部，其型號為MTI LTS-25-02。

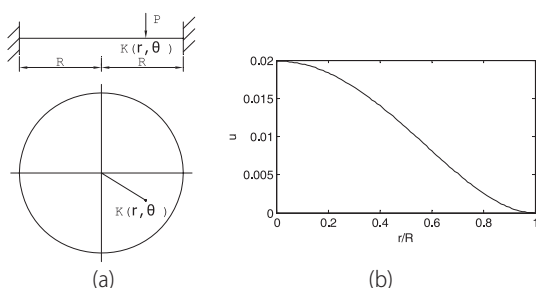


▲ 圖1 薄板雨滴譜感測器結構及原理樣機

三、雨滴譜感測器薄板模型

雨滴譜感測器研究的關鍵是分析雨滴衝擊與薄板撓度之間的關係，為簡化研究，將雨滴衝擊簡化為集中力，雨滴衝擊薄板力學模型見圖2(a)，以固支圓形薄板為研究物件，薄板半徑 R ，薄板厚度 h ，雨滴衝擊力 P ，雨滴衝擊點 K

(r_k, θ_k) 。



▲ 圖2 薄板受力模型

按照自然邊界元法^[9]，薄板撓度與集中力關係見式(1)，薄板各點撓度隨點 K 變化，最大撓度點位於點 K 附近，最大撓度近似計算見式(2)，最大撓度隨半徑變化見圖2(b)，薄膜抗彎剛度見式(3)，由式(2)、(3)可知，當薄板直徑確定時，薄板最大撓度與集中力大小、位置及薄板厚度、彈性模量、泊松比相關。

$$u(r, \theta) = \frac{P}{D} G(r, \theta; r_k, \theta_k) \quad (1)$$

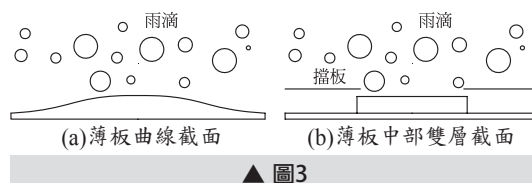
$$u_{\max} = \frac{P}{16\pi D} (1 - r_k^2)^2 \quad (2)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \quad (3)$$

式中： u 為薄板各點撓度， r, θ 為薄板各點的極徑和極角， r_k 和 θ_k 為集中力的極徑和極角， G 為格林函數雙調和方程， D 為抗彎剛度， E 為彈性模量， μ 為泊松比。

由式(2)可知，對於等厚薄板，雨滴衝擊薄板中心位置撓度最大，為了降低雨滴衝擊位置對薄膜撓度的影響，薄板應採用中心厚、邊緣薄的非等厚薄板，薄板頂部截面為高斯曲線，見圖3(a)，但是這種截面加工複雜。為了降低薄板成本，薄板採取雙層結構，薄板中心加厚，增加中心區域剛度，見圖3(b)，加厚部分直徑待定，再在薄板上方設置擋雨板，使雨滴

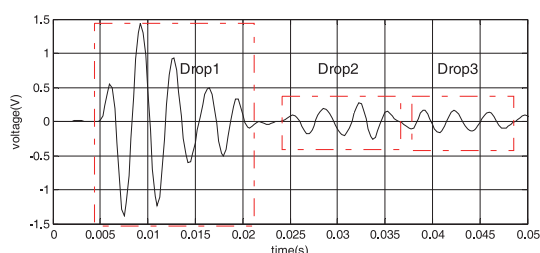
僅衝擊中心加厚區域，降低雨滴衝擊位置對撓度的影響。



▲ 圖3

四、薄板振動頻率及模擬模型

雨滴衝擊薄板產生振動，Drop1，Drop2和Drop3為三個雨滴衝擊信號，鐳射振幅信號迅速增加，然後振幅隨時間衰減，見圖4。採用信號第一負峰值，下一正峰值和再下一個負峰值，2個峰值的絕對值遞減作為雨滴識別依據。同時考慮到起振時刻的第一較小正峰值，相當於2個週期識別1個雨滴，因此薄板的固有振動頻率至少大於雨滴衝擊頻率。



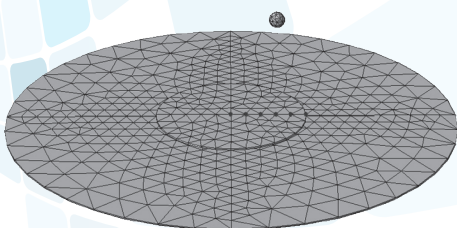
▲ 圖4 雨滴衝擊薄板產生的鐳射振動放大信號

積雨雲雨滴密度大，小雨滴數量特別多，雨滴中徑 $D1$ 約為0.3mm，小雨滴數量密度占雨滴總密度90%以上，而小雨滴雨量貢獻占總雨量7%左右，因此0.3mm雨滴衝擊密度作為薄板一階振動頻率設計依據。通過估算薄板一階振動頻率應大於270Hz。

在雨滴譜儀研究過程中，雨滴無法控制與複現，採用有限元模擬雨滴衝擊薄板，研究薄板振動特性。薄板採用等厚圓形不銹鋼薄板，



中部三分之一加厚，雨滴衝擊薄板的有限元模型見圖5，薄板材料為06Cr19Ni10不銹鋼，密度 $\rho=7.93\text{g/cm}^3$ ，彈性模量 $E=205\text{Nmm}^{-2}$ ，泊松比 $\mu=0.3$ 。薄板半徑 $R=75\text{mm}$ ，薄板厚度 $h=0.5\text{mm}$ ，加厚部分厚度待定，薄板邊緣固支，從薄板中心到邊緣選取撓度監測點。



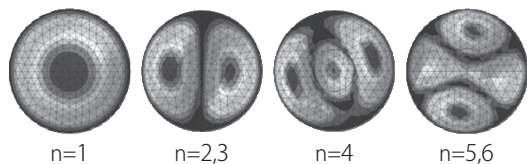
▲ 圖5 雨滴衝擊薄板模型

五、薄板雨滴譜感測器有限元模擬

1. 薄板模態振型和振動頻率

模態分析反映結構的振型和振動頻率，對半徑 $R=75\text{mm}$ 、板厚 $h=0.5\text{mm}$ ，中部加厚的不銹鋼薄板半徑 30mm ，1-6階模態模態振型見圖6，較厚厚度分別為 $h_1=0.5\text{mm}$ ， 1.0mm ， 1.5mm ， 2.0mm 和 25mm ，其對應的振動頻率見表1。

由表1和圖6知，1階模態振型簡單，振動頻率低，振動能量集中，易於信號採集和處理，應使薄板振動處於1階模態，薄板振動頻率為 $283\text{--}315\text{Hz}$ ，大於 270Hz 需求頻率。



▲ 圖6 半徑 75mm 、厚度 0.5mm ，中部加厚薄板振型

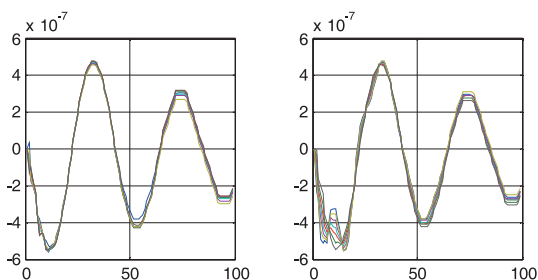
▼表1 半徑 75mm 、厚度 $0.5\text{--}2.5\text{mm}$ 振動頻率

h1	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5	n=6
0.0	264	1438	1494	2824	2916	3397
0.5	283	1385	1439	3072	3096	3170
1.0	306	1337	1391	3157	3309	3414
1.2	312	1319	1372	3239	3397	3516
1.5	315	1292	1343	3389	3523	3668
2.0	311	1247	1297	3653	3729	3914
2.5	301	1203	1251	3864	3930	4141

2. 薄板中心加厚厚度選擇

薄膜中心區域進行加厚，厚度越大，中部越趨近於剛性，但是撓度減小，1階振動頻率降低。因此，薄板不能無窮盡的加厚，當雨滴衝擊薄板中心和 $R=25\text{mm}$ 處，撓度相對誤差較小即可，根據對感測器動態性能的要求，撓度誤差極限取 5% 。

直徑 $d=2.53\text{mm}$ 的雨滴以末速度 $v=7.23\text{m/s}$ 衝擊薄板中心點和偏心 25mm 處，其中 $h_1=1.5\text{mm}$ 加厚薄板從中心到邊緣監測點振動見圖7，第一負撓度波動較大，為了獲得較準確資料，以第一正振幅和第二負振幅作為對比，衝擊中心點和撓度和偏心 25mm 處撓度及撓度誤差見表2。從表2可以看出，中心加厚 $h_1=1.5\text{mm}$ 時撓度誤差小於 1% ，該結果與有限單元數量有關。因此，中心加厚板半徑 $r=30\text{mm}$ ，厚度 $h_1=1.5\text{mm}$ 。



▲ 圖7 直徑 $d=2.53\text{mm}$ 雨滴衝擊較厚 $h_1=1.5\text{mm}$ 薄板振動模擬

▼表2 雨滴衝擊中心加厚不銹鋼薄板中心和25mm處振幅及誤差

h1	中心		25mm		誤差	
	第一撓度	第二撓度	第一撓度	第二撓度	第一撓度	第二撓度
0.0	-7.44	9.25	-6.39	7.99	16.4	15.8
0.5	-7.34	8.50	-6.38	7.87	15.1	8.0
1.0	-5.15	5.95	-4.89	5.72	5.3	4.0
1.2	-4.64	5.39	-4.53	5.26	2.2	2.5
1.5	-4.29	4.80	-4.25	4.78	0.9	0.4
2.0	-3.69	4.21	-3.64	4.43	1.4	5.0
2.5	-3.33	3.85	-3.27	4.16	1.8	7.1

六、薄板雨滴譜感測器樣機試驗

1. 薄板雨滴譜感測器原理樣機

依據模擬模型，製作了薄板雨滴譜感測器原理樣機，包括塑膠擋雨板、塑膠空腔、不銹鋼薄板、鐳射感測器，見圖1。塑膠空腔半徑75mm、高度50mm，頂部開放；不銹鋼薄板半徑75mm、厚度0.5mm，固定於空腔頂部；鐳射感測器MTI LTS-25-02安裝於空腔底部。

平臺頂部產生滴管產生不同直徑水滴，薄板雨滴譜感測器樣機位於平臺底部，為使水滴準確衝擊薄板中心，滴管高度不能太高，滴管高度1.5m。

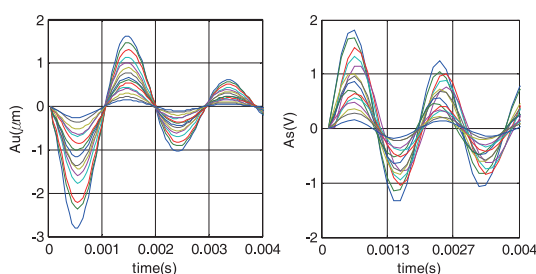
2. 水滴暫態動能、薄板振動模擬和實測振動振幅

水滴從滴管自由落體衝擊下方薄板，水滴瞬時速度與水滴直徑，下落高度，空氣粘著係數相關，通過數值模擬^[10]，計算水滴下落1.5m的瞬時速度和暫態動能，見圖9內的 v 和 E_d 。

按照圖9中相應的直徑和速度，採用Abaqus軟體模擬直徑3.6mm-1.7mm雨滴衝擊薄板中心，薄板中心點振動見圖8(a)，水滴直徑越大，薄板振幅越大，以薄板中心振幅作為評

價薄板振幅的指標，見圖8(a)內 A_u 。

通過不同直徑滴管，形成直徑 $d=3.6-1.7$ mm的水滴，水滴從1.5m高度衝擊薄板中心，鐳射感測器採集薄板振動產生的位移放大信號，對信號低通濾波見圖8(b)，水滴直徑越大，聲波振幅越大，以鐳射感測器所採集的振幅放大信號作為評價薄板振幅的指標，見圖8(b)內 A_s 。

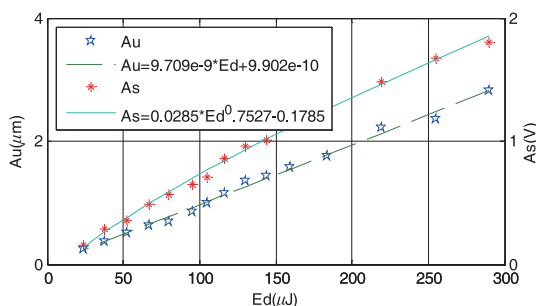


(a)水滴衝擊薄板振動模擬 (b)水滴衝擊薄板振幅放大

▲ 圖8

3. 薄板雨滴譜感測器可行性驗證

依據水滴動能計算和水滴模擬結果，薄板中心最大振幅與水滴動能擬合曲線 A_u 見圖9，兩者之間成線性關係，依據水滴動能計算和水滴衝擊薄板試驗結果，薄板振動振幅最大幅與水滴動能擬合曲線 A_s 見圖9，兩者之間成指數關係，未成線性的原因是大水滴飛濺降低了動能的轉化。因此，通過薄板振動振幅能夠計算水滴動能，間接識別水滴直徑和速度。



▲ 圖9 水滴動能與薄板振幅、振動振幅擬合曲線



七、結語

提出薄板振動振幅獲取雨滴譜的方法，製作了薄板雨滴譜感測器原理樣機，薄板半徑75mm，厚度5mm，以直徑3.6-1.7mm水滴從1.5m高度衝擊薄板，對於數值計算、有限元模擬和實際測試，三者結果基本一致，驗證了以雨滴衝擊薄板的振幅識別雨滴直徑和速度是可行性的。

薄板衝擊有效區域較小，需要改變薄板截面、薄板形狀等擴大薄板有效面積；其次測量自然雨滴衝擊薄板形成的薄板振幅；再次分析薄板振幅與振幅關係，以上問題需有待後續研究。

☒ 參考文獻

- [1] Martin Löffler-Mang, Jurg Joss. An optical disdrometer for measuring size and velocity of hydrometeors[J]. Atmos and Oceanic Technology, 2000, 17(2):130-139
- [2] Minda, Tsuda. Low-cost laser disdrometer with the capability of hydrometeor imaging[J]. IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering, 2012, 7(1):132-138
- [3] J Joss, A Waldvogel. Comments on 'Some Observations on the Joss-Waldvogel Rainfall Disdrometer'[J]. Applied Meteorology, 1977, 16(1):112-112
- [4] Jayawardena, Rezaur. Measuring drop size distribution and kinetic energy of rainfall using a force transducer[J]. Hydrological Processes, 2000, 14(5):37-49
- [5] Thurai M, V N Bringi. Drop axis ratios from 2D video disdrometer[J]. J. Atmos. oceanic Technol, 2005, 22(7):963-975
- [6] Marzuki, Walter L, Toshiaki. Raindrop axis ratios, fall velocities and size distribution over Sumatra from 2D Video Disdrometer[J]. Atmospheric Research, 2013, 119(1):23-37
- [7] H Leijnse, R Uijlenhoet. The effect of reported high-velocity small raindrops on inferred drop size distributions and derived power laws[J]. Atmospheric Chemistry & Physics. Atmospheric Chemistry & Physics, 2010, 10(14):9121-9151
- [8] Brandes E, G Zhang, J Vivekanandan. Experiments in rainfall estimation with a polarimetric radar in a subtropical environment[J]. Journal of Appl Meteor, 2002, 41(6):674-685
- [9] 董正築, 彭維紅, 李順才等. 實心圓板的非對稱彎曲. 中國礦業大學學報 [J], 2009, 3(2): 14-20
- [10] 呂宏興, 武春龍, 熊運章等. 雨滴降落速度的數值類比. 土壤侵蝕與水土保持學報[J], 1997, 3(2): 14-20