

雲端自動建置產品與誤差比對

國立臺灣科技大學／金台齡・工研院智慧微系統科技中心／李耀輝・三聯科技／黃證嘉

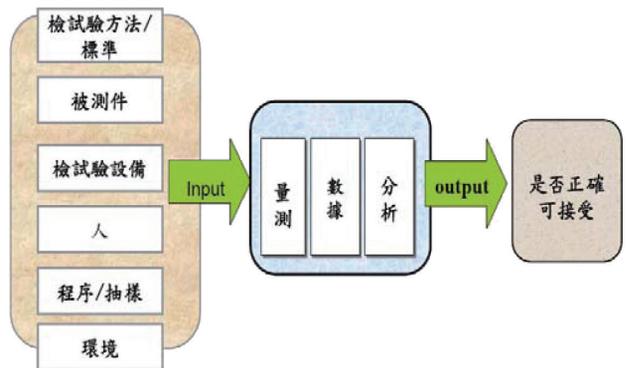
一、前言

工業4.0的本質是將所有工業相關的技術、銷售與產品體驗統合起來，提昇製造業的電腦化、數位化和智慧化！企業現在的焦點將著重於自動化設備的聯網化，藉由智能裝置分析機台狀態、蒐集生產資料；再利用大數據提升生產的良率與效率。緊接著，透過管理流程自動化，高效整合讓企業從智慧工廠走向智慧生產；進入智慧互聯，實現生產力4.0的目標。

企業要強化核心的競爭能力，絕不僅僅是製造技術轉型升級，必須結合物聯網與產業的新思維下，充分運用過往經驗與實際需求，加入新的技術與營運方法才能達成。

由圖1所示，台灣因應少子化衝擊，人口數驟降，未來勢必影響台灣製造業的生產能力，所以生產技術導入新科技、新方法和人才的培育都必須要更新。

分析的方法，透過人員的抽取樣品，經過檢試後，視其結果推定母群體之品質或特性。隨著產品日趨複雜製造作業也越分越細，檢驗工作也一樣變得繁瑣，檢驗人員檢測的誤差與人力需求就會提高。如：技術性失誤、程序性失誤、無意識性失誤、意識性失誤等等。都會間接造成檢驗效率慢、人為疏失比例增高。

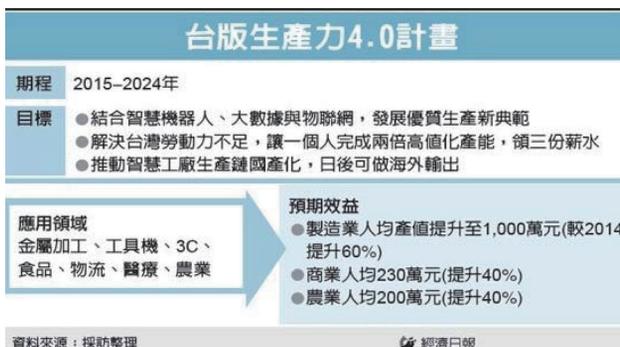


▲ 圖2 檢驗與測試之要件

本文針對生產數據進行分析，發現良率計算問題，例如：螺絲與螺帽在生產過程中，因為機台的狀態，可能會有螺絲誤差值+0.001，而螺帽誤差值-0.001，但是兩項產品都是在合理的誤差範圍內，而這兩項產品合起來還是密封的。所以能不能從誤差值中，挑選另一產品誤差值是最接近的，這樣良率是否就能夠提升？所以建立配對方法就是本文要討論的要點。

二、機率偵測

本文提出一個更符合實際的作法，就是將產品A和產品B製造過程的誤差率皆假設成是一



▲ 圖1 經濟部公佈生產力4.0摘要

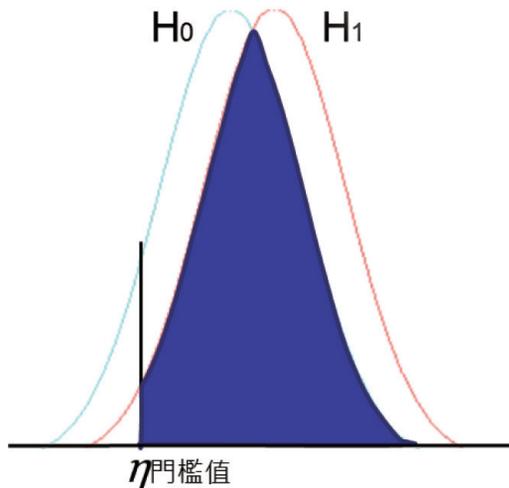
而目前判斷產品的好壞方法如圖2所示，必須先有相關產品產出後，利用量測、數據、



個機率分佈，而根據機率分佈的特性，每次在抽取樣本的時候都會不盡相同，這邊假設產品A和產品B誤差是各別獨立的。為了提高配對效能，產品A、B會預設誤差的門檻值，計算一個局部的決策，判斷是否超出此門檻值，如果超出，即是生產失敗，回收不建履歷；而在門檻值內的就建立產品履歷，並進行配對。

決策中心在收集各個產品的資料之後，會將資料作融合，而決策中心會去匹配產品A與產品B那些產品是真正可以合在一起的，進而達到優化生產。

如圖3所示，產品A是符合一個獨立且相同的分佈情況為 H_0 ；產品B是依靠著產品A的規格所生產，也會有自己的分佈 H_1 ，由於生產的標準是來自產品A，所以分佈會向右偏移。藉由兩個分佈的交叉所產生的區域，就是產品A+產品B最好的組裝區域(藍色區域所示)。



▲ 圖3 兩項產品最佳組合區域

三、模型假設

建立公式(1)與(2)，假設產品A所收到的誤差率是 X ，所以形成的統計的資料為 y ，假設

為 H_0 ；產品B是根據A的條件所生產的零件，所以產品B會依據產品A的數據，而做生產。此時產品B的誤差會是 $S+X$ ，所以假設為 H_1 。

$$H_0: y_i(t) = X_t^i \quad (1)$$

$$H_1: y_i(t) = S_t^i + X_t^i \quad (2)$$

根據式子(1)可以知道 $\mathcal{J}(y)$ 是一個隨機變數。利用中央極限定理，當 T 很大的時候， $\mathcal{J}(y)$ 的機率密度函數(probability density function, PDF)可以被近似成一個高斯分佈。

X 是一個機率分佈，擁有平均 μ_x ，和變異數 σ_x^2 ，所以收到的訊號樣本數將作以下的運算處理：

$$\mathcal{J}(y) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T |X_i|^2 \quad (3)$$

定理1：給定隨機變數 B 的平均值， μ_0 ，和變異數 σ_b^2 後，可以利用統計的基本性質推導出 B^2 的期望值為： $E[B^2] = \mu_b^2 + \sigma_b^2$ 。

證明如下：

$$\begin{aligned} \sigma_b^2 &= E[(B - \mu_b)^2] \\ &= E[B^2 - 2\mu_b B + \mu_b^2] \\ &= E[B^2] - 2\mu_b E[B] + \mu_b^2 \\ &= E[B^2] - \mu_b^2 \end{aligned} \quad (4)$$

移項後得到

$$E[B^2] = \mu_b^2 + \sigma_b^2 \quad (5)$$

得証。

定理2：給定隨機變數 B 的平均值， μ_b ，和變異數 σ_b^2 後，可以利用"Delta Method"的方法推導出 B^2 的近似變異數為： $Var(B^2) \approx 4\mu_b^2 \sigma_b^2$ 。

證明如下：

基於泰勒展開式，一多項式函數 $f(b)$ ，在 $b=a$ 時

$$f(b) = f(a) + f'(a)(b-a) + f''(a) \frac{(b-a)^2}{2!} + \dots,$$

我們可以省略高階導數去取得一個近似

$$f(b) \approx f(a) + f'(a)(b-a)$$

在這 $a = \mu_b$ ，其中 μ_b 為 B 的平均數，則 $y=f(b)$ 的泰勒展開式可以被近似成下列的式子

$$y = f(b) \approx f(\mu_b) + f'(\mu_b)(b - \mu_b)$$

接著將兩邊取變異數

$$Var(Y) = Var(f(B)) \approx [f'(\mu_b)]^2 Var(B)$$

所以， Y 若是任意隨機變數 B 的函數，則我們只需要算出 B 的變異數和該函數的一階導數，就可以利用上面的推導，求得近似 Y 的變異數。

因此令 $Y=B^2$ ， B 擁有平均數， μ_b ，和變異數， σ_b^2 ，則

$$f(b) = b^2, f'(b) = 2b$$

$$Var(Y) \approx (2\mu_b)^2 Var(B) = 4\mu_b^2 \sigma_b^2$$

得証。

根據定理1和定理2，我們清楚的了解只要擁有隨機變數 X 的平均數， μ_x ，和變異數， σ_x^2 ，就可以推導出 X^2 的期望值和近似的變異數，如此能得到一個近似的分佈

$$X^2 \sim (\sigma_x^2 + \mu_x^2, 4\sigma_x^2 \mu_x^2)$$

利用中央極限定理，若有一分配為非常態分配之型式，但其個數相當大，則其樣本均數之抽樣分配會近似於常態分配的型態。因此我們取較大的樣本數 T ，將 T 筆隨機變數平方後作相加得到

$$\sum_{i=1}^T X_i^2 \sim N(T(\sigma_x^2 + \mu_x^2), 4T\sigma_x^2 \mu_x^2)$$

進一步，再將常數給乘進常態分佈，得到

$$\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T X_i^2 \sim N(\sigma_x^2 + \mu_x^2, \frac{4}{T}\sigma_x^2 \mu_x^2)$$

所以產品A誤差機率，計算後的分佈如下：

$$\mathcal{J}(y) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T X_i^2 \sim N(\sigma_x^2 + \mu_x^2, \frac{4}{T}\sigma_x^2 \mu_x^2) \quad (6)$$

為了表達方便，在此令

$\mu_0 = \sigma_x^2 + \mu_x^2$ ， $\sigma_0^2 = \frac{4}{T}\sigma_x^2 \mu_x^2$ 。因此，給定一個合理的門檻值 η_i ，可以算出超出門檻值機率

$$\begin{aligned} P_{f,i}(\eta_i) &= P_r(\mathcal{J}(y) > \eta_i \mid H_0) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} \int_{\eta_i}^{\infty} e^{-\sigma_0^{-2}(y-\mu_0)/2\sigma_0^2} \\ &= Q\left(\frac{\eta_i - \sigma_x^2 - \mu_x^2}{\sqrt{4\sigma_x^2 \mu_x^2}} \sqrt{T}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

接下產品B是依據產品A處理情形如下：

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(y) &= \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T |X_i + S_i|^2 \\ &= \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T |X_i^2 + S_i^2 + 2X_i S_i| \\ &= \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T X_i^2 + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T S_i^2 + \frac{2}{T} \sum_{i=1}^T |X_i S_i| \end{aligned}$$

根據式子(26)的推導，我們可以看成3項相加，接下來我們將一一解說此三項的式子分佈，第一項， $\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T X_i^2$ ，根據式子(6)，利用中央極限定理，當 T 夠大的時候，可以得到下列的結果

$$\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T X_i^2 \sim N(\sigma_x^2 + \mu_x^2, \frac{4}{T}\sigma_x^2 \mu_x^2) \quad (6)$$

而第二項， $\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T S_i^2$ ，為產品B的誤差率，根據定理1和定理2，得知擁有隨機變數 S_i 的平均數， μ_s ，和變異數， σ_s^2 後，可以推算出

$$S_i^2 \sim (\sigma_s^2 + \mu_s^2, 4\sigma_s^2 \mu_s^2)$$

利用中央極限定理，若有一分配為非常態分配之型式，但其個數相當大，則其樣本均數之抽樣分配會近似於常態分配的型態。因此我們取較大的樣本數 T ，將 T 筆隨機變數平方後作相加得到



$$\sum_{i=1}^T S_i^2 \sim N(T(\sigma_s^2 + \mu_s^2), 4T\sigma_s^2\mu_s^2)$$

進一步，再將常數給乘進常態分佈，得到

$$\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T S_i^2 \sim N(\sigma_s^2 + \mu_s^2, \frac{4}{T}\sigma_s^2\mu_s^2)$$

接著推導第三項， $\frac{2}{T} \sum_{i=1}^T |X_i S_i|$ ，令 X_i 和 S_i 是兩個獨立的隨機變數，各別擁有平均數， μ_x ，變異數， σ_x^2 和平均數， μ_s ，變異數， σ_s^2 。根據接下來的定理可以推導出兩個獨立隨機變數相乘的期望值和變異數。

定理 3.：給定 X 和 S 是兩個各別獨立的隨機變數，各別擁有平均數， μ_x ，變異數， σ_x^2 和平均數， μ_s ，變異數， σ_s^2 ，能夠算出 XS 的期望值和變異數： $XS \sim (\mu_x\mu_s, \mu_x^2\sigma_s^2 + \sigma_x^2\mu_s^2 + \sigma_x^2\sigma_s^2)$

證明如下：

根據統計的基本性質，可以得知期望值和變異數如下：

$$E[XS] = E[X]E[S] = \mu_x\mu_s$$

$$\begin{aligned} Var(XS) &= E[(XS - \mu_x\mu_s)^2] \\ &= E[X^2S^2 - 2\mu_x\mu_s XS + \mu_x^2\mu_s^2] \\ &= E[(XS)^2] - 2\mu_x\mu_s E[XS] + \mu_x^2\mu_s^2 \\ &= E[X^2]E[S^2] - \mu_x^2\mu_s^2 \end{aligned}$$

根據定理 1 得知 $E[X^2] = \mu_x^2 + \sigma_x^2$ ，

$E[S^2] = \mu_s^2 + \sigma_s^2$ ，所以得到

$$\begin{aligned} E[X^2]E[S^2] - \mu_x^2\mu_s^2 &= (\mu_x^2 + \sigma_x^2)(\mu_s^2 + \sigma_s^2) - \mu_x^2\mu_s^2 \\ &= \mu_x^2\sigma_s^2 + \sigma_x^2\mu_s^2 + \sigma_x^2\sigma_s^2 \end{aligned}$$

所以

$$Var(XS) = \mu_x^2\sigma_s^2 + \sigma_x^2\mu_s^2 + \sigma_x^2\sigma_s^2$$

因此 XS 得到一個分佈如下：

$$XS \sim (\mu_x\mu_s, \mu_x^2\sigma_s^2 + \sigma_x^2\mu_s^2 + \sigma_x^2\sigma_s^2)$$

得証。

利用中央極限定理，若有一分配為非常態分配之型式，但其個數相當大，則其樣本均數之抽樣分配會近似於常態分配之型態。因此我們取較大的樣本數 T ，將 T 筆隨機變數平方後作相加得到

$$\sum_{i=1}^T X_i S_i \sim N(T(\mu_x\mu_s), T(\mu_x^2\sigma_s^2 + \sigma_x^2\mu_s^2 + \sigma_x^2\sigma_s^2))$$

進一步，再將常數給乘進常態分佈，得到

$$\frac{2}{T} \sum_{i=1}^T X_i S_i \sim N(2(\mu_x\mu_s), \frac{4}{T}(\mu_x^2\sigma_s^2 + \sigma_x^2\mu_s^2 + \sigma_x^2\sigma_s^2))$$

由於常態分配加上常態分配還是符合常態分配的性質，得到一個最後的分佈如下：

$$\mathcal{J}(y) \sim N(\sigma_x^2 + \sigma_s^2 + (\mu_x + \mu_s)^2, \frac{4}{T}[(\sigma_x^2 + \sigma_s^2)(\mu_x^2 + \mu_s^2) + \sigma_x^2\sigma_s^2]) \quad (8)$$

為了表達方便，在這令

$$\mu_1 = \sigma_x^2 + \sigma_s^2 + (\mu_x + \mu_s)^2,$$

$\sigma_1^2 = \frac{4}{T}[(\sigma_x^2 + \sigma_s^2)(\mu_x^2 + \mu_s^2) + \sigma_x^2\sigma_s^2]$ 。因此，使用者在給定一個可以容忍的誤差值門檻值，根據式子(8)所求出的門檻值 η_i ，

就可以推算出偵測機如下：

$$\begin{aligned} P_{d,i}(\eta_i) &= P_r(\mathcal{J}(y) > \eta_i \mid H_1) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \int_{\eta_i}^{\infty} e^{-(\sigma(y) - \mu_1) / 2\sigma_1^2} \\ &= Q\left(\frac{\eta_i - \sigma_x^2 - \sigma_s^2 - (\mu_x + \mu_s)^2}{\sqrt{4[(\mu_x^2 + \mu_s^2)(\sigma_x^2 + \sigma_s^2) + \sigma_x^2\sigma_s^2]}}\right) \sqrt{T} \end{aligned}$$

四、決策中心

根據產品報告的配對成果，依序建立產品履歷進行匹配，結果將由資料中心產出。流程如圖 4 所示。



▲ 圖4 產品匹配流程

參考量化研究的四步驟：

量化的研究主要在於觀察與資料的搜集、電腦統計應用分析。量的研究歷程通常包括下列四個步驟：

1. 選擇與定義問題

研究問題必須是可以考驗的假設，或研究者領域所感興趣、有價值或重要性的問題，問題可以經由資料搜集、分析來加以考驗或回答。量化研究問題可能是研究者感興趣的主題；或有價值性的問題；或研究者認為社會科學領域中重要的問題，此部份可以由相關文獻的探究分析，發掘相關研究的主題。訂定研究主題之後，要擬定研究架構，草擬研究問題及要考驗之研究假設，並對重要的關鍵詞，給予完整的概念性定義及操作型定義。

2. 執行研究的程序

完整的實施程序包括樣本或受試者的選擇，測量工具的發展，資料的搜集。如果有特殊實施程序，在研究設計中也應加以規劃。執行研究的程序就是決定取樣的方式，預及正式問各抽取多少受試者，發展、編製或修訂研究之測量工具，研究工具是要先經專家效度檢核？

3. 資料分析

資料分析通常包括一個以上統計技巧的應用。資料分析的結果可提供研究者考驗研究假設或回答研究問題。資料分析要根據考驗之研究假設及變項性質，選用合適而正確的統計方法，包括預試問卷的信效度考驗及正式問卷的統計應用分析等。在資料分析時，研究者要避免「垃圾進、垃圾出」的現象，首重的是正確統計方法的選用與資料結果的客觀解釋，以促發「垃圾進，資訊出」的效益。

4. 結果探究與結論

結論的呈現主要根據資料分析的結果，結論應該與最初擬定的假設或研究問題有關，研究結論也要指出研究假設是否得到支持。研究的結論要根據究主要結果而來，重視的是客觀性及實徵性，進而再根據研究結論提出研究的具體建議及研究限制所在，以作為未來研究者的參考。

五、結語

傳統生產過程中，因為機器老化，導致產品多少都有誤差，而此時要透過老師傅的經驗，將產品再做配對。

然而，此時如果將這些資料輸入至雲端，由系統自動配會並產生報告結果，將可以降低人力成本，產品也能夠回朔，查詢當初設計的資料。

現在此方法尚缺實際上線與實作，目前還是在假設階段，如果能夠真正運作於實際環境中，將能夠在生產力4.0上貢獻相當大的幫助。

☒ 參考文獻

1. I. F. Akyildiz, S. Weilian, Y.



- Sankarasubramaniam, and E. Cayirci, "A survey on sensor networks," Communications Magazine, IEEE, vol. 40, pp. 102-114, 2002.
2. K. Sohraby, D. Minoli, and T. Znati, Wireless Sensor Networks: Technology, Protocols, and Applications. John Wiley and Sons, Inc.,2007.
 3. D. Estrin, L. Girod, G. Pottie, and M. Srivastava, "Instrumenting the world with wireless sensor networks," in Proc. of ICASSP, vol. 4, pp. 2003-2036, 2001.
 4. V. Phipatanasuphorn, and R. Parameswaran, "Vulnerability of sensor networks to unauthorized traversal and monitoring," in IEEE Transactions on Computers, vol.53, no. 3, pp. 364-369, Mar. 2004.
 5. P. Juang, H. Oki, Y. Wang, M. Martonosi, L. Peh, and D. Rubenstein, "Energy-efficient computing for wildlife tracking: design tradeoffs and early experiences with ZebraNet," in Proc. of the 10th international conference on Architectural support for programming languages and operating systems, pp.96-107, 2002.
 6. 吳明隆，1992，SPSS與統計應用分析。



產業專業術語英文教室

Cyber-Physical System (CPS)	虛實物理系統	資訊物理系統，是透過網路虛擬的資料分析、建構模型和控制對實體活動內容的深度對稱性管理。
Internet of Things (IOT)	物聯網	實體之間透過感測器資料與控制信號實現相互索引、相互連接、相互通信和相互協同的集群網路。
Long Range (LORA)	LORA無線傳輸	ZigBee是一種近距離、低功耗、低速率、低成本的無線傳感器網絡技術，主要用於近距離網狀網連接。
Factory Gateway	多通訊協定閘道器	其功能主要是讓兩種不同性質的網域相互連接，幫助使用者免除連上不同網域而使用不同軟體或學習的步驟。
Modbus Protocol	Modbus通訊協定	Modbus通訊協定是由MODICON公司在1979發展出來的一套通訊協定。它具有標準化、採開放式架構的特性，而且廣泛地被工業自動化產所使用的通訊協定。