

傾斜儀校正系統之 不確定度評估

三聯科技股份有限公司／羅國文



一、前言

傾斜儀大部份應用於大地工程測量方面，其最主要的應用在於工程開挖地形的監控，其準確與否，攸關工程安全問題至鉅，因此，其校正實屬必要，而校正的可靠性更為重要。三聯科技長度實驗室有鑑於此，特於84年起開始建立傾斜儀校正系統，於85年初組裝完成，經

初步測試後，發覺其功能均正常，穩定性也極為理想。為進一步了解此系統之長期穩定性，以及便於日後校正時之監控，現以ISO-GUM發展出的系統評估法則為藍本，設計一套適合本系統的評估模式，以期能了解整個校正系統之總不確度，作為日後提供校正服務之依據。

二、系統簡介(Brief overview of measurement system)

(一) 系統設備(Measuring standards and equipment)

表 1 傾斜儀校正系統設備一覽表

設 備 (Equipment)				Remark 備 註
Generic name 名 稱	MFR./Model/SN 廠牌/型號/序號	Q'ty 數量	使用規格的	
精密分度盤	MC/DFT-1440/1204	1	範 圍：0°~360° 準確度：0.2" 解析度：15'	標準件
傾斜儀 (含顯示器)	Sinco/50344/6392 Sinco/50309/5401	1 1	範 圍：(-30°~30°) 解析度：8.25"	查核件
傾斜儀校正台	OPUS	1	範圍：900 mm×600 mm	
傾斜儀夾具	自製	1	—	
溫濕度計	TES 1360	1	範 圍： 溫度：-20°C~60°C 相對濕度：10%~95% 解析度：溫度0.1°C 相對濕度：0.1 %	



(二) 量測原理(Measurement Principle)

傾斜儀主要量測原理，係使用傾斜感應器(Tilt Sensor)來感測傾斜儀本體與鉛垂面之夾角，再由微處理機換算成所需之相對位移量，最後由顯示器顯示出量測值。

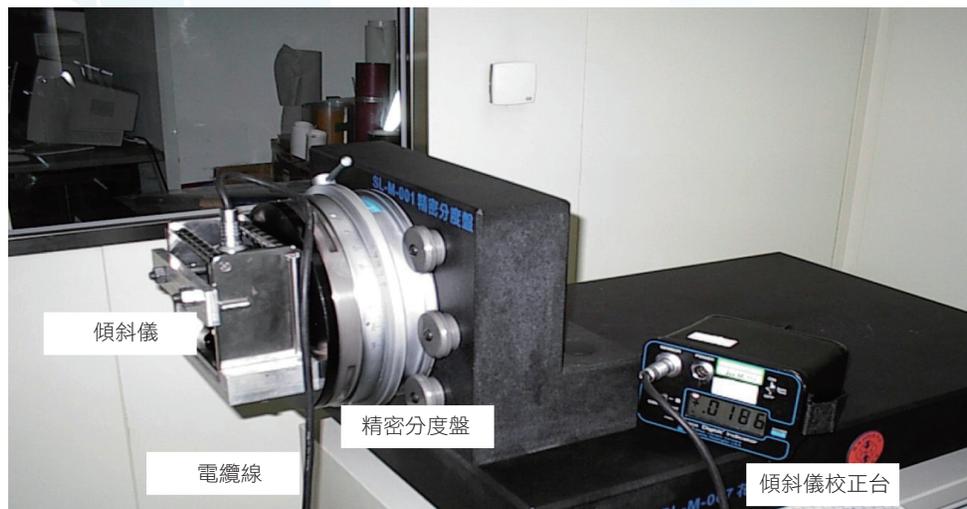
由於傾斜儀屬特殊量具，現行的國際或國家規範中，均無此項規範，因此本實驗室即針對其功能來設計其校正方法，本項校正主要是校正其傾斜時之讀值與標準角度之差距。

本系統之校正原理為利用一精密度盤(Indexing table)為標準器(立式，其盤面垂直於水平面)，將待校傾斜儀固定於精密度盤上，

當分度盤產生一標準角度（相對於鉛垂面）時，傾斜儀亦隨之傾斜相同角度，此時對照其讀值與標準角度之差值即為器差值。

(三) 系統組裝圖

本校正系統係由本實驗室自行設計，組裝圖如圖1所示，整座校正台採花崗岩材質，精密度盤豎立固定於固定座（各平面之直角度極佳）上，藉由調整平台之水平，可將精密度盤之盤面調整成垂直於水平面。精密度盤之盤面另安裝傾斜儀夾具，用以固定待校傾斜儀，並具微調功能。



▲ 圖1 傾斜儀校正系統組裝圖

(四) 校正程序(Calibration procedure)

傾斜儀之校正

1. 在校正前需作歸零調整，其調整步驟如下。
 - (1) 將數位顯示器上之A-B軸向調換鈕調至A處，即感測A軸之傾斜角度。

注意：

- 若將數位顯示器上之A-B軸向調換鈕調至B處，則顯示器將只會顯示.0000之值，即沒有訊號輸出。
- (2) 觀察數位顯示器之讀值是否為零，若不為零，則鬆開傾斜儀之固定螺絲，並調

整傾斜儀夾具下方之水平調整螺絲，使其讀值為零後，再鎖緊固定螺絲。

(3) 因固定螺絲再鎖緊時，可能會影響歸零之設定，即顯示值不再為 .0000，故應重複 4.2.1.2 之動作，直至顯示值保持歸零為止，則歸零之動作完成。

2. 依次將精密分度盤左、右旋轉至待校之角度（如圖 5 所示），並記錄傾斜儀數位顯示器之顯示值於數據表上（如附錄一所示），直至所有待校之角度校正完畢。

三、量測品保 (Measurement assurance program)

(一) 品保方案設計

1. 本系統量測品保乃參考美國 NIST 所出版之“NBS 676- II”文獻內之 case 1—“Comparator process for one test item, one reference standard and one check standard”所設計，其著眼點在於選定適當之查核標準件(Check Standard)後，即使用本系統進行對查核標準件一連串量測，所得到之數據再經過統計理論之平均值、標準差及 t-test 等公式計算後，可求得該系統之量測不確定度，同時亦可判定整個量測過程是否正常(In control)或是失常(Out of control)。
2. 本方案中所使用之查核標準件為標準配備之傾斜儀，即與待校件相同。並取該傾斜儀之量測角度為查核參數(C)，而為使系統評估範圍能包括全部量測範圍且顧及經濟效益，本系統初期取查核參數五點，分別為查核件感測角度之 1°、5°、10°、20°、

30° 等五個角度差值。

(二) 統計分析方法(Statistical analysis)

1. 平均值與標準差

將查核標準件經 n 次量測後，可得查核參數值分別為 C_1 、 C_2 、 \dots 、 C_n ，則其平均值(A_c)為

$$A_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i$$

其標準差為

$$S_c = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (C_i - A_c)^2 \right]^{1/2}$$

2. 管制界限之設定

為使將來系統之可靠性落在機率 99.7 % 之信賴水準內，必須以管制界限圖管制之，即採用 3 個標準差為管制上下限，作為爾後校正時之程序管制（例行監控），如所量測出之查核參數值超出管制界限範圍時，應分析其原因，並設法改進；若每次量測時之查核參數皆落於管制上下限的範圍內，則表示系統是穩定的。此界限之公式如下：

$$\text{管制上限}(UCL) = A_c + 3S_c$$

$$\text{管制下限}(LCL) = A_c - 3S_c$$

3. 程序控制方法

實際量測應用時，可藉統計理論 t-test 來檢定整個程序以確定量測過程是否穩定，如下列公式：

$$t_c = \frac{|C - A_c|}{S_c}$$

如當次系統查核時，若 $t_c < 3$ ，且查核參數值介於管制上下限內，則顯示當時整個系統是處於穩定狀態。若 $t_c \geq 3$ ，表示查



核參數值已落在管制上下限外，顯示校正系統已處於失常狀態，需查明其原因及解決後始能進行校正工作。

(三) 傾斜儀校正系統之評估

依據ISO “量測不確定度表示方式指引”的評估方法，首先要列出量測方程式，由傾斜儀之操作手冊查得，指示器（ $+\theta$ 與 $-\theta$ ）之相差值 ΔR 與傾斜角度 θ 之關係式為傾斜儀校正之量測方程式可以以器差 e 表示如式(1)

$$e = \Delta R - 5\sin\theta \quad (1)$$

其中 ΔR 為傾斜儀指示器（ $+\theta$ 與 $-\theta$ 顯示值）之相差值；

θ 為精密分度盤（標準件）之旋轉角度。

若以函數關係式表示，式(1)可寫成如式(2)，函數內的各因子即分別為各項不確定度的誤差源。

$$e = f(\Delta R - \theta) \quad (2)$$

組合標準不確定度(Combined standard uncertainty, u_c)可由式(3)求得。

$$u_c^2(e) = \left[\frac{\partial f}{\partial \Delta R} \right]^2 u^2(\Delta R) + \left[\frac{\partial f}{\partial \theta} \right]^2 u^2(\theta) \quad (3)$$

其中 $\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i)$ 為各項誤差源 x_i 的不確定度分量 $u_i(e)$ 。

對式(1)作各函數因子 x_i 的偏微分，分別可求得各項靈敏係數(Sensitivity coefficient)

分別如式(4)~式(5)所示。

$$\frac{\partial f}{\partial \Delta R} = 1 \quad (4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = -5 \cos \theta \quad (5)$$

式(3)中各項函數因子的 $u(x_i)$ 可利用A類(Type A)或B類(Type B)的評估方法計算，A類評估法係應用統計方法作分析，即對一系列的觀

測值進行統計計算。B類評估法係應用非統計方法作分析，可使用儀器的相關規格或變異量作估算。

分別算出各項之 $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ 及 $u(x_i)$ 後，可代入式(3)，計算組合標準不確定度 $u_c(e)$ 。

量測不確定度係以擴充不確定度(Expanded uncertainty, U)表示，定義如式(6)所示。

$$U = k u_c \quad (6)$$

其中 k 稱為涵蓋因子(Coverage factor)，與信賴水準有關， k 值的選擇，與該量測系統的自由度有關。

(四) 傾斜儀各分項不確定度的分析

依據ISO GUM的不確定度評估方法是要針對各項不確定度源作分析，為求出各項靈敏係數的計算值，首先要作各項因子的估計值如下。

$\theta = 30^\circ$ （因校正範圍為 $0^\circ \pm 30^\circ$ ，故以最大角度作估算）

$\Delta R =$ （指示器 $+\theta$ 與 $-\theta$ 器示值之相差值）

各項不確定度分量 $u_i(e)$ 之計算分別敘述如後。

1. 指示器相差值之不確定度 $u(\Delta R)$

此項不確定度的來源包括重複性與解析度，重複性的不確定度 $u(r_1)$ 可應用A類評估方法求得。此項不確定度可由各管制圖之查核值，計算其標準差，再取各標準差的最大值，由查核數據分析表（請參閱附錄一）得知，其標準差為1.41 digit，則 $u(\Delta r_1)$ ，且自由度 $v(\Delta r_1) = 32$ 。而解析度的不確定度 $u(\Delta r_2)$ 可應用B類評估方法求得，因相差值之解析度為1 digit，估計呈矩形分

布，則可計算得 $u(r_2) = \sqrt{\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2}$ 。

估計相對不確定度性為10%，則自由度 $v(\Delta r_2) = 50$ 。

因此，相差值之不確定度

$$u(\Delta R) = \sqrt{u^2(\Delta r_1) + u^2(\Delta r_2)} = 1.47 \quad \text{。 得 知}$$

$\frac{\partial f}{\partial \Delta R} = 1$ ，則 $\left|\frac{\partial f}{\partial R}\right| u(\Delta R) = 1.47$ 。應用 Welch-Satterthwaite 公式，可計算得自由度 $v(R)$ 為

$$v(\Delta R) = \frac{u^4(\Delta R)}{\frac{u^4(\Delta r_1)}{v(\Delta r_1)} + \frac{u^4(\Delta r_2)}{v(\Delta r_2)}} = 37.4 \quad \text{。}$$

2. 傾斜角度之不確定度 $u(\theta)$

傾斜角度係由精密分度盤所產生，故其不確定度是來自分度盤之角度不確定度，可由分度盤之追溯報告編號 D110084A 中取得。追溯報告中所給予的擴充不確定度為 $0.27''$ ， $k=2$ 且其信賴水準為 95%，

$$\text{則 } u(\theta) = \frac{0.27''}{2} \times \frac{1^\circ}{3600''} \times \frac{\pi}{180^\circ} = 6.54498 \times 10^{-7} \quad \text{。}$$

由式(5)計算靈敏係數 $= \frac{\partial f}{\partial \theta} = -4.33013$ ，

$u(e) = 2.8341 \times 10^{-6}$ 。查詢追溯報告，其自由度 $V[u(\theta)]$ 為 80。

表2為各誤差源分項標準不確定度之綜合列表，而將以上各分項取得的標準不確定度 $u(x_i)$ 代入式(3)，可得組合標準不確定度

$$u_c^2(e) = (1.41 \times 10^{-4})^2 + (-2.8341 \times 10^{-6})^2$$

$$u_c(e) = 1.47$$

再依據 Welch-Satterthwaite 公式，可計算有效自由度 V_{eff} 得

$$V_{eff} = \frac{u_c^4(e)}{\frac{u_{\Delta R}^4(e)}{v(\Delta R)} + \frac{u_{\theta}^4(e)}{v(\theta)}} = 37$$

最接近計算值之整數為 37，最後之有效自由度 V_{eff} ，若取目前較常用之 95% 為信賴水準，則由 t-分佈曲線可查得當自由度為 37 時之 t 值為 2.03，亦即式(6)中之涵蓋因子 k 為 2.03，則由式(6)可計算得擴充不確定度 U 為

$$U = 2.03 \times 1.47 \approx 3$$

因此，可取該校正系統的擴充不確定度為 3，亦即傾斜儀指示器上的 3 個顯示值解析度。

表2 標準不確定度綜合評估表

不確定度源	估計量 X_i	除數	標準不確定度 $u(X_i)$	靈敏係數 $\frac{\partial f}{\partial X_i}$	$u_{X_i}(e) = \left \frac{\partial f}{\partial X_i}\right u(X_i)$	自由度 $[u(X_i)]$
指示器顯示值 R	1.47	1	1.47	1	1.47	37
· 重複性 r_1	1.41	1	1.41	1	1.41	32
· 解析度 r_2	1	$2\sqrt{3}$	0.4082	1	0.4082	50
傾斜角度	$\frac{0.27''}{2}$	1	6.54498×10^{-7}	-4.33013	-2.8341×10^{-6}	80

$u_c^2(e) = \sum u_{X_i}^2(e) = 2.155$
 組合不確定度 $u_c(e) = 1.47$
 有效自由度 $V_{eff}(e) = 37$
 以 95% 為信賴水準之擴充不確定度 $U_{95} = 3$



四、系統能量之訂定(Capability and uncertainty assignment)

(一) 系統之評估結果

本系統目前以查核參數實施系統監控，其功能正常穩定，初期提供傾斜儀之校正範圍為 $(-30^{\circ}\sim+30^{\circ})$ ，擴充不確定度為3 digit(25")，惟送校件必須為完整無缺，且功能正常。

傾斜儀校正系統之不確定度源共有2項，分別為指示器顯示相差值之不確定度 $u(\Delta R)$ 及傾斜角度之不確定度 $u(\theta)$ ，並分析各項誤差源對不確定度計算之影響。

由傾度儀校正系統評估的結果顯示，得知不確定度主要來最大項，就是為指示器顯示相差值之不確定度 $u(\Delta R)$ 。因此，傾度儀之精密度（或重複性）將直接影響指示器顯示相差值之標準差，亦即不確定度分量 $u(\Delta R)$ 。

前述各項的不確定度分析可綜整如表2所示。

(二) 爾後注意及發展方向

由於本系統可產生標準之傾斜角度，故本系統可拓展至其他角度量測儀器之校正，如電子水平儀、角度水平儀等。

五、結語

現今世界各國所要求的驗證，申請認證程序有些差異，若不了解可能會耗費許多金錢、人力和時間，在準備文件及檢驗樣品，甚至影響產品上市的商機，因此，三聯的顧客希望三聯公司可以提供多個國家和多個國際標準的驗證，以得到具國際標準之驗證標誌，因此建立國際驗證能力則是我們責無旁貸的責任，誠如三聯公司的經營理念一樣『人性尊重』，以及三聯公司的『企業責任』一樣肩負著對員工、股東、以及社會的責任。

產業專業術語英文教室



alignment 對齊方式、校直、調準
Moment of Inertia 慣性力矩

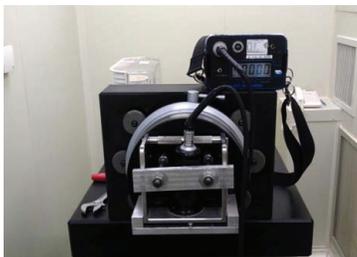
用來判斷一個物體在受到力矩作用時，
容不容易繞著中心軸轉動的數值

長度校正實驗室



長度校正實驗室認證編號：0307

長度校正實驗室證書編號：L0307-110520



Calibration Laboratory
0307

國家二級實驗室

- 全國唯一通過角度校正的認證實驗室。
- 代理相關的檢測儀器並成立實驗室，提供儀器定期校正。
- 長度校正實驗室的成立，帶動台灣在工程量測中參考之標準。

校正件	範圍
KA3012 傾度儀	-30° ~ +30°
KA3013 傾斜儀	-30° ~ +30°

SINCO 傾度儀系統
Inclinometer Probe System



SINCO 傾斜計
Portable Tiltmeter System



(北) 231 新北市新店區中興路二段190號3樓 (02)2915-3680

(中) 407 台中市西屯區工業一路6巷12號1樓 (04)2359-3552

(南) 813 高雄市左營區明誠二路332號8樓-3 (07)550-9066

相關校驗服務及產品資訊，請洽三聯科技(股)有限公司。