

關於應變測量中的惠斯通電橋

振聯科技有限公司 / 王駿

惠斯通電橋是在 1833 年，由撒母耳·亨特·克利斯蒂發明的，在 1843 年由查里斯·惠斯通改進及推廣，用於精確測量未知電阻器的電阻值。由於惠斯通第一個用它來測量電阻，所以人們習慣上就把這種電橋稱作惠斯通電橋。如圖 1 所示，它是由四個電阻組成的電橋電路，這四個電阻分別叫做電橋的橋臂。

惠斯通電橋是利用電壓的變化來測量電阻的變化，從而計算出相應物理量的變化，人們就是運用這種原理實現應變測量。



Photo by elements.envato.com

一、應變和電阻的關係

金屬受到外力會發生變形，金屬電阻的大小跟橫截面積成反比，跟長度成正比。例如，金屬拉長一倍，電阻就會變成原來的四倍。應變規就是利用金屬的這種特性製作的。

如圖 2 所示，應變規是將電阻絲做成柵狀，粘貼在兩層塑膠薄膜之間構成。電阻應變規粘固在物件上，當物件發生形變時，應變規也隨之發生形變，它的電阻也會隨形變發生變化。

應變規粘貼到被測物體上，為了準確地測量這種電阻的變化，需要通過惠斯通電橋電路，把這部分電阻的變化轉化為電壓的變化來測量。應變測量電壓變化的數量級為 μV ，所以需要精密的儀器對其進行檢測。

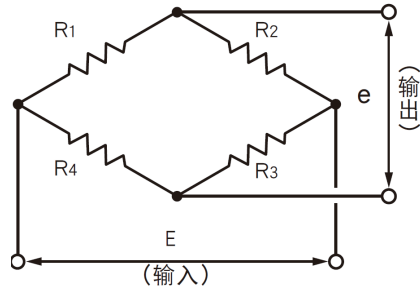


圖 1. 惠斯通電橋 [1]

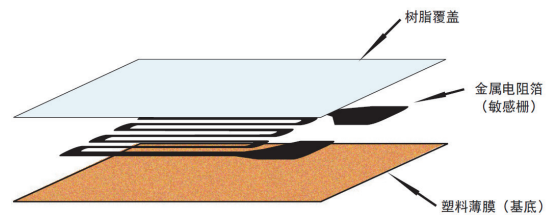


圖 2. 電阻應變規 [1]

二、電橋電路說明

電阻應變規中的電橋電路如圖 3 所示。它以應變規和精密電阻作為橋臂，在電橋中，頂點 A、C 稱為電橋的輸入端（接電橋激勵電壓），頂點 B、D 稱為電橋的輸出端（接測量端）。

輸入電壓 E 恒定，它對 A、D 兩點提供恒定的電壓輸入，B、D 是應變電橋的輸出端，因此，最主要的目的是測量電橋輸出端的電壓，這樣，問題就變為檢測 B、D 兩點間的電位差。

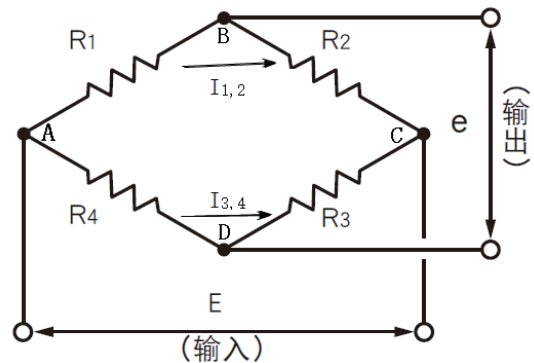


圖 3. 電橋電路 [1]

電橋電路的兩個環路：環路 ABCE、環路 ADCE。

設：環路 ABCE 的電流為 $I_{1,2}$ ；環路 ADCE 的電流為 $I_{3,4}$

環路 ABCE： $I_{1,2}R_1 + I_{1,2}R_2 = E$ $I_{1,2} = E / (R_1 + R_2)$

環路 ADCE： $I_{3,4}R_3 + I_{3,4}R_4 = E$ $I_{3,4} = E / (R_3 + R_4)$

電阻 R_1 兩端的電壓降為： $U_{AB} = I_{1,2}R_1$

電阻 R_4 兩端的電壓降為： $U_{AD} = I_{3,4}R_4$

將兩式相減，可得 B、D 兩點之間的電位差，即電橋輸出電壓為：

$$e = U_{BD} = U_{AB} - U_{AD} = ER_1 / (R_1 + R_2) - ER_4 / (R_3 + R_4) = (R_1R_3 - R_2R_4)E / [(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)]$$

三、應變規的非線性補償

在計量動態應變儀時，可能會發生這樣的情況，應變值越大，線性誤差越大，我們接下來分析產生這種線性誤差的原因。

例如，最常採用如圖 4 所示的四分之一橋， R_1 是應變規， R_2 、 R_3 、 R_4 是精密電阻。

理想條件下， $R=R_2=R_3=R_4$ 應變規電阻 $R_1=R+r$ （被測物不受外力，沒有變形時，應變規電阻是 R ，但是應變規電阻會隨著被測物受外力發生形變而產生變化， r 就是應變規電阻變化量）。

K_s ：應變規應變係數

ε ：應變值

E ：電橋施加電壓

從之前的計算中，得知，應變測量中的電橋，理論輸出為

$$e = (R_1 R_3 - R_2 R_4) E / [(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)]$$
，代入 $R=R_2=R_3=R_4$ $R_1=R+r$ 。

那麼

$$e = [(R+r)R - R^2] / [(R+r+R)(R+R)] E = Rr / (4R^2 + 2Rr)$$
，分子分母同時除以 R^2 ，得到 $e = (r/R)E / (4 + 2r/R)$ 。

再代入 $r/R = K_s \varepsilon$ ，

$$\text{得到 } e = (K_s \varepsilon) E / (4 + 2K_s \varepsilon)。$$

如果 K_s 取值為最常用 $2E$ 取值為最常用的 $2V$ ，我們希望得到 $e = K_s \varepsilon E / 4$ ，代入取值， $e = \varepsilon V$ ，但是實際得到 $e = \varepsilon V / (1 + \varepsilon)$ 。

如果 $e = \varepsilon V$ ，那麼輸出電壓和應變是線性關係， $1\mu V$ 對應 1 個微應變，1 個微應變是百萬分之一，即 1μ 。

但是實際 $e = \varepsilon V / (1 + \varepsilon)$ 是一個非線性的關係，探討下兩者差別大小。 ε 是比例值，分母是一百萬，分子是應變數大小， 1000μ 即 0.001 ， 5000μ 即 0.005 ， 10000μ 即 0.01 ， 20000μ 即 0.02 ， 100000μ 即 0.1 。

例如，

實際 1000μ ，測量值 $e = 0.001V / 1.001 = 999\mu V$ ，線性誤差 0.1%

實際 5000μ ，測量值 $e = 0.005V / 1.005 = 4975\mu V$ ，線性誤差 0.5%

實際 10000μ ，測量值 $e = 0.01V / 1.01 = 9900\mu V$ ，線性誤差 1%

實際 20000μ ，測量值 $e = 0.2V / 1.02 = 19608\mu V$ ，線性誤差 1.96%

實際 100000μ ，測量值 $e = 0.1V / 1.01 = 90909\mu V$ ，線性誤差 9.09%

可見應變越大，線性誤差就越大，所以，對於大量程的應變測量，必須乘以 $\varepsilon = e / (1V - e)$ 來糾正線性誤差，糾正之後，得到如下結果。

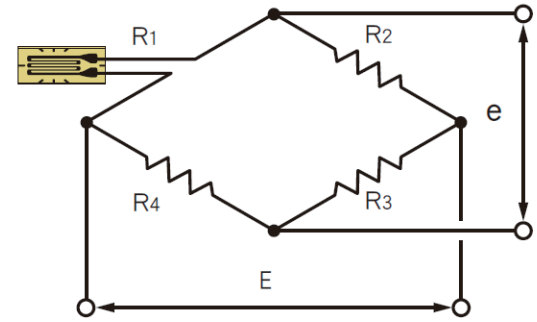


圖 4. 四分之一橋^[1]

例如：

實際 1000u，999uV 糾偏後 $\varepsilon=999\text{uV}/(1\text{V}-999\text{uV})=1000\text{u}$

實際 5000u，4975uV 糾偏後 $\varepsilon=4975\text{uV}/(1\text{V}-4975\text{uV})=5000\text{u}$

實際 10000u，9900uV 糾偏後 $\varepsilon=9900\text{uV}/(1\text{V}-9900\text{uV})=1000\text{u}$

實際 20000u，19608uV 糾偏後 $\varepsilon=19608\text{uV}/(1\text{V}-19608\text{uV})=20000\text{u}$

實際 100000u，糾偏後 $\varepsilon=90909\text{uV}/(1\text{V}-90909\text{uV})=100000\text{u}$

糾正後，實際值和測量值正好相等，代入此公式可以用於糾正線性誤差。

靜態應變儀一般都帶有線性糾偏功能，動態應變儀可能不具備這個功能，分析可能有以下原因：

- (一) 測量動態的變化，一般應變數比較小，所以線性誤差也比較小，可以忽略。
- (二) 動態應變儀對資料處理的速度要求比較快，如果再加上一次運算處理，會影響採集的速度。

因此，對於動態應變儀，如果採集器本身沒有線性糾偏功能，如果應變數較大，需要對測量進行糾偏，可以對採集後的資料，也就是對測量結果進行後續分析處理。

四、應變規的溫度補償

在應變測量中有另一個問題，就是溫度對應變測量也有影響。被測物體都有自己的溫度膨脹係數，會隨著溫度的變化而伸長或縮短。因此，如果溫度發生變化，即使不施加外力，貼在被測物體上的應變規也會測到表觀應變。為了改善這個問題，需要使用溫度補償法，消除溫度產生的表觀應變，通常有兩種補償方式。

(一) 使用帶溫度自補償的應變規

自動補償溫度型應變規的工作原理是基於熱膨脹現象。不同材料在受熱時會發生不同程度的膨脹，這種膨脹會導致發生應變。通過將不同溫度膨脹係數的材料組合在一起，可以使得在溫度變化時，被測材料產生的應變，和應變規產生的應變相互抵消，從而實現溫度自補償的效果。

自動補償溫度型應變規的製造過程需要精確控制材料的選取和組合。選取具有相對較小溫度膨脹係數的材料作為基底，然後在其上面

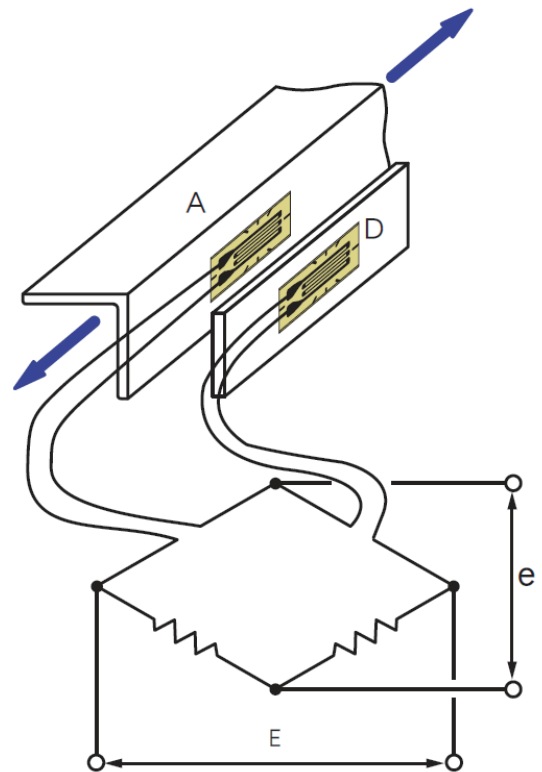


圖 5. 溫度補償應變規^[1]

塗上具有較大溫度膨脹係數的材料。這樣，在溫度變化時，基底和塗層的應變方向和大小會產生差異，通過調整配方，使其對某種溫度膨脹係數的被測材料，溫度產生的表觀應變趨於零。

(二) 使用溫度補償應變規進行補償

通常，我們使用自動補償溫度型應變規，以提升工作效率並節省成本，但在無法獲得被測物體的溫度膨脹係數，可採用如圖 5 所示的溫度補償應變規進行補償。另外，對於塑膠、複合材料、混凝土等熱傳導率較低材料的應變測量時，由於這些材料散熱不佳，應變規會發熱，不適合採用自動補償溫度型應變規，在這種情況下，使用一片應變規作為溫度補償應變規，能有效地提高測量精度。

使用一個溫度補償應變規，可以對一個或者多個應變規的測量資料進行溫度補償，這個溫度補償應變規和其它應變規的溫度相同，並且貼在相同的、不受外力的被測材料上，這樣，就可以對溫度產生的表觀應變進行補償。

使用方法如下，如圖 5 所示，測量時採用半橋接法，其中有一片作為溫度補償片，在被測物體上貼上工作應變規 A，在不受被測物體的應力影響且溫度條件相同的類比塊上貼上模擬應變規 D。該類比塊的材質必須與被測物體相同。將兩片應變規接入電橋的鄰邊，構成半橋。此時，如果 A 和 D 處於相同的溫度條件下，被測物體和類比塊由溫度引起的伸縮量也相同，因此，兩片應變規由溫度引起的表觀應變也相同，假如初始條件下，四個橋臂電阻是 $R_1=R_2=R_3=R_4$ ， R_1 是測量應變規的電阻， R_2 是溫度補償應變規的電阻， R_3 、 R_4 是精密電阻，溫度造成的電阻變化分別是 ΔR_1 、 ΔR_2 、 ΔR_3 、 ΔR_4 ， ΔR_1 和 ΔR_2 是溫度引起的應變規的電阻變化，大小是相同的， $\Delta R_3=\Delta R_4=0$

代入公式： $e = (\Delta R_1/R_1 - \Delta R_2/R_2 + \Delta R_3/R_3 - \Delta R_4/R_4) E/4 = 0$ ，通過溫度補償應變規，由溫度引起的輸出電壓為零，這樣，就可以對溫度造成的影響進行補償。

五、應變規的導線溫度補償

如圖 6 所示，如果採用兩線四分之一橋應變規，使用帶溫度補償的應變規，應變規的導線也會接至電橋電路，導線的溫度變化會引起導線的電阻變化，它也會呈現表觀應變，表觀應變會疊加在應變規的應變測量值中，導致測量不準確。

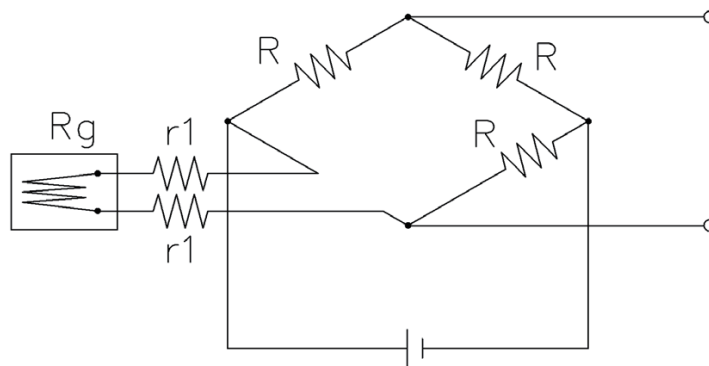


圖 6. 導線電阻接入到測量應變的電橋^[2]

這種情況下，應變規的測量將會受到導線表觀應變的影響，我們分析一下影響的大小。

例如，截面積 0.3mm^2 平行乙烯線（電阻值 $0.062\Omega/\text{m}$ ，電阻溫度係數 $3.93 \times 10^{-3}/^\circ\text{C}$ ）的單程長度為下列長度。

代入 $r/R=K_s\varepsilon$, K_s 取 2， R 取 120Ω

(一) 10m 時， 1°C 變化引起的電阻變化 $r_1=0.062 \times 2 \times 10 \times 3.93 \times 10^{-3}=0.0048732$ ，

表觀應變 $=r_1/2R \approx 0.0048/240=20\mu$ 。 10°C 變化就是 200μ 。

(二) 20m 時， 1°C 變化引起的電阻變化 $r_1=0.062 \times 2 \times 20 \times 3.93 \times 10^{-3}=0.0097464$ ，

表觀應變 $=r_1/2R \approx 0.0097/240 \approx 40\mu$ 。 10°C 變化就是 400μ 。

(三) 50m 時， 1°C 變化引起的電阻變化 $r_1=0.062 \times 2 \times 50 \times 3.93 \times 10^{-3}=0.024366$ ，

表觀應變 $=r_1/2R \approx 0.024/240=100\mu$ 。 10°C 變化就是 1000μ 。

可見，這個誤差還是比較大的。並且，線纜越長、越細、溫度波動越大，誤差就越大。

為了消除導線的溫度影響，靜態應變放大器廣泛使用 3 線式接線方法。原理如下圖所示。

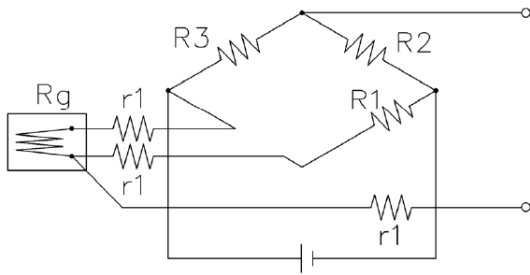


圖 7. 帶導線溫度補償應變規^[2]

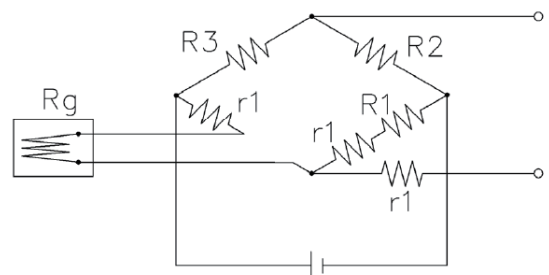


圖 8. 帶導線溫度補償應變規的電路簡化圖^[2]

如圖 7 所示， R_g 表示三線應變規， R_1 、 R_2 、 R_3 表示內部的精密電阻， r_1 表示一根導線的電阻，為了方便理解，把圖 7 轉化為圖 8，圖 8 更簡明地重畫了圖 7 的基本電路。從應變規引出的導線使用了三根導線，一根導線的電阻會引入到應變規所在的橋臂中，一根導線的電阻會引入至相鄰的一邊的橋臂中。

假如初始條件下，四個橋臂電阻是 $R_g=R_1=R_2=R_3$ ，引入導線電阻，四個橋臂的電阻變化量分別是 ΔR_g 、 ΔR_1 、 ΔR_2 、 ΔR_3 ， $\Delta R_g=\Delta R_1=r_1$ ， $\Delta R_2=\Delta R_3=0$ 。

代入公式： $e=(\Delta R_g/R_g-\Delta R_1/R_1+\Delta R_2/R_2-\Delta R_3/R_3)E/4=0$ ，可見，使用三線式接線方法，導線的溫度影響會相互抵消。使用三線式接線方法時，請注意，必須使用種類、長度、截面、包覆顏色相同的三根導線，使得導線的溫度影響相同，這樣才能消除導線溫度變化造成的影響。

六、導線電阻對測量的影響

還需要注意，導線較長時，需考慮接入與應變規橋臂中串聯的導線的電阻，這樣組成的電橋電路，會導致表觀應變係數變小。我們可以分為兩種情況，分別是兩線式的應變規和三線式的應變規。

(一) 對於兩線式的應變規， $r/R=K_s\varepsilon$ ，理想情況是 $\varepsilon=r/(K_sR)$ ，考慮到單程導線電阻 r_1 ，兩線式的應變規，往返都接入到應變規的電橋中，因此，實際測量的是 $\varepsilon=r/[K_s(R+2r_1)]$

為了測量值更加準確，我們需要進行補償，補償方式如下：

實際應變值 = 測出的應變值 × (應變規電阻值 + 往返導線電阻值) / 應變規電阻值

上式中導線的電阻值為所有導線的電阻值 (往返的電阻值)。

(二) 對於三線式接線方法，由於只有單程的電阻接入到應變規測量中，因此，公式中要代入單程的電阻值來進行修正。

實際應變值 = 測出的應變值 × (應變規電阻值 + 單程導線電阻值) / 應變規電阻值。

七、應變規係數的補償

一般應變規的應變係數是 2.0。如果所用的應變規的應變係數不為 2.0 時需進行補償。可使用以下公式進行補償。

實際應變值 = 測出的應變值 × 2.0 / 所用應變規的應變係數

這裡需要特別注意，在溫度變化較大的情況下，應變係數並非一個常數，特別是高溫下，不能忽略應變係數的變化，也不能忽略溫度造成的應變規本身的表觀應變的影響。

如果是高溫應變規，需要將測量值進行如下的修正。

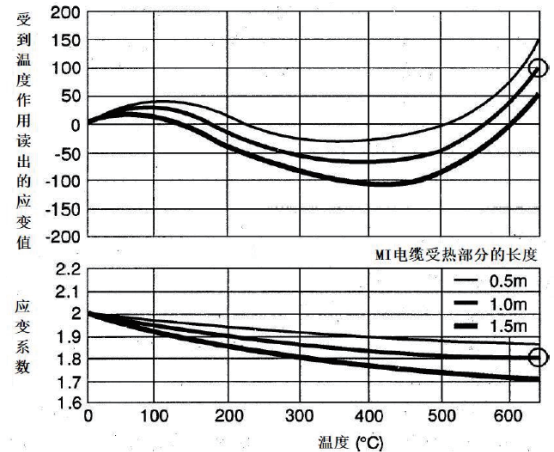


圖 9. $\varepsilon_c(t)$ 、 $K_s(t)$ 曲線圖^[1]

$$\varepsilon_a(t) = [\varepsilon_b(t) - \varepsilon_c(t)] \times [2 / K_s(t)]$$

$\varepsilon_a(t)$: 溫度 T 時，實際應力產生的應變值。

$\varepsilon_b(t)$: 溫度 T 時，應變儀的讀數表觀應變值。

$\varepsilon_c(t)$: 溫度 T 下，僅熱產生的表觀應變值。

$K_s(t)$: 溫度 T 時的應變係數。

$\varepsilon_c(t)$ 、 $K_s(t)$ 的值，參考例如圖 9 所示的曲線，此曲線產品檢驗表都會附上。說明高溫應變規，需要注意：

(一) 應變規的溫度。

(二) 加熱至與應變規相同溫度的 MI 電纜長度。

通過這兩點，找出應變係數 K_s 和熱產生的表觀應變 ε_c 。

可見， $\varepsilon_c(t)$ 、 $K_s(t)$ 會受到 MI 線纜受熱部分的長度的影響。

參考資料

[1] KYOWA 網站：<https://product.kyowa-ei.com>。

[2] 百度百科：<https://baike.baidu.com>。