



吊橋的結構監測及診斷

國立中央大學土木工程學系教授／王仲宇 

摘要

本文介紹數種橋塔結構健康監測的診斷方法：包括(1)先用量測資料建立鋼纜溫度與傾斜角的關係，再利用此關係推得吊橋上的行人數目。(2)利用多點振動量測及多重隨機遞減法(Multiple Random Decrement method - MRD)計算鋼纜索力。(3)結合光達掃描及向量式有限元素法(Vector Form Intrinsic Finite Element - VFIFE)反算推得鋼纜索力，這些監測判斷方法可供工程人員執行吊橋維護管理之參考。

關鍵字：*suspension bridge, health monitoring, nondestructive inspection, thermal effect, cable force, inverse analysis, VFIFE method*

JEL分類系統：不適用

一、簡介

雖然我們無從得知人類史上第一座橋梁興建的時間點，但可以確定的是橋梁建築展現了其建造年代的科技與知識，並且不停歇地在驚艷世人的眼界。橋梁是由橋柱支撐，且橋柱之間的距離由兩項因素決定：材料以及橋梁種類。之外，當橋梁的長度增長，橋柱的數量也必須隨之增加。然而隨著人類對橋梁長度的需求日益增加，大量的橋柱也成了困擾。人類不禁開始思考該如何只利用兩根接近橋梁尾端的橋柱支撐一座長跨距的橋梁，好讓我們可以橫渡廣闊的海灣以及湍急的河流，吊橋結構因此而產生。

吊橋是一種有趣的結構，他充分利用材料的特性，使用最少材料達到最高效益，會因外力產生明顯的變形。舉例來說：結構溫度造成的變形、行人活載、風力等等。其中，結構溫度造成的變形（包括橋面版、鋼纜的變形）是造成橋梁變位的主要因素，其他像是行人活載以及風力的影響其次。此外，在某些地區，地震以及颱風（颶風）也會對橋梁變位造成影響。分析吊橋行為需要用到動力反應、模態參數以及靜力載重與變形，因吊橋具有大變形的特性，使得這些分析技術更加困難，吊橋的行為分析與建立結構異常的判斷準則變得艱鉅。

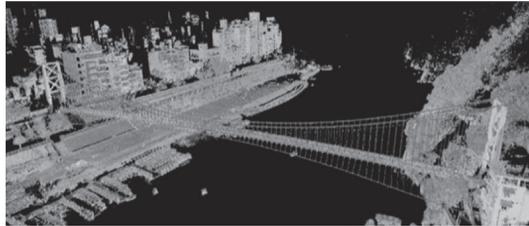
吊橋的與眾不同之處還有其由鋼纜造成的非線性系統，因為鋼纜會限制吊橋橋跨向下的位移，卻不會影響其向上的行為。這類的非線性系統也被稱為跳躍或非對稱性。與此同時，它也造就了以下原則：「具有非對稱性以及單向載重的結構系統會有振盪解，非對稱性越大，振盪解的數目越多，且振盪的振幅會伴隨載重的增加而上升。」

二、結構健康監測

中央大學橋梁與軌道工程研究中心自2013年起對碧潭行人吊橋執行了長期結構健康監測系統，並進行吊橋光達掃描影象，如圖1所示，此系統監測的項目包括風力及溫度，位移、橋面版震動加速度、傾斜計等。

碧潭吊橋跨徑長186.6公尺，座落於台灣新北市，1937年開放使用，於1999年更換鋼纜並進

行橋塔與錨定座的維護保養。2010年開始建置橋梁監測系統。



▲ 圖1 碧潭行人吊橋的光達掃瞄影像

橋梁結構健康監測系統有以下六項期望：

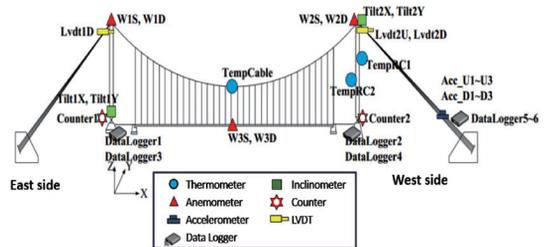
(1)證實橋梁設計假設以及參數，並修訂類似結構的設計規範以及指導方針。(2)偵測力與反應的異常現象，並及早發現可能的結構破壞（損壞）以確保服務性與結構安全。(3)災害發生後能夠及時提供橋梁的訊息以利安全評估作業。(4)為橋梁檢測、維護與維修在安排上提供證據及指示。(5)透過監測維修及重建工作來評估維護、改建及修護工作的效用。(6)獲取大量的現地資料以利日後發展橋梁工程的領航研究，例如：抗風及抗震設計、新型結構種類以及智慧材料的應用。

結構監測是為了長期、自動且連續地獲取結構性能資料，以達到客觀且準確評估結構行為而生的一門科技導向的技術。除此之外，當透過結構監測而得到的資料經過處理及分析後可以成為管理決策的依據。但是結構監測資料的處理需要大量的結構行為及結構力學的專業知識，資料的分析會依據結構力學系統的複雜程度而有不同的難易度，例如簡單的圖形展示到困難的校正及有限元素法的模型模擬。

1. 結構監測系統

財團法人中華顧問工程司於2010年在碧潭行人吊橋建置了一套長期結構健康監測的即時系統，並於2012年由中央大學橋梁與軌道工程

研究中心維護，如圖2所示，監測的項目包括風力和溫度對橋梁的影響以及鋼纜索力，並在主索上安裝位移感測器監測主索與鞍座的相對滑移量、橋面版六軸振動量測系統、傾斜計、溫度計和風速風向計以即時地蒐集橋梁的長期數據。

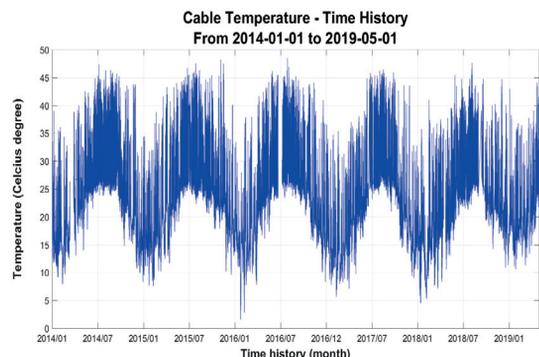


▲ 圖2 感測器安裝位置

另外，中央大學橋梁與軌道工程研究中心也建立了一套具有參數辨認功能的監測預警系統，如此一來就可以由橋塔的傾斜角估算鋼纜的索力。橋塔傾斜角的監測警戒值則是由結構分析計算容許索力下的橋塔傾角而得。為了藉由鋼纜的振動頻率回推即時鋼纜索力，部分鋼纜也在2016年12月安裝了加速度計。

2. 鋼纜溫度及橋塔傾斜角的歷時資料

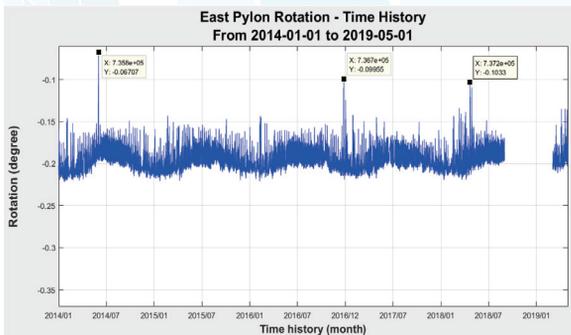
圖3及圖4分別為鋼纜溫度及橋塔傾斜角五年（從2014年到2019年）的歷年資料。鋼纜的溫度從2014年到2019年週期性地變化，變化範圍為5°C到50°C。其中最冷的期間是每年的12月到2月，最熱的期間是每年的6月到8月。



▲ 圖3 2014年到2019年的鋼纜溫度歷時曲線



東側橋塔的轉角變化範圍為 -0.22° 到 -0.12° 。將圖3與圖4比較後可以明顯地發現東側橋塔的平均傾斜角與平均鋼纜溫度以相同的趨勢變化。另外，圖4中三個尖峰值是由大量行人聚集在橋面版上所導致的：第一個尖峰發生在2014年6月2日的端午節龍舟比賽、第二個尖峰是由2016年12月4日的聖誕節活動造成的、至於第三個尖峰則肇因於2018年4月20日的碧潭水舞秀。



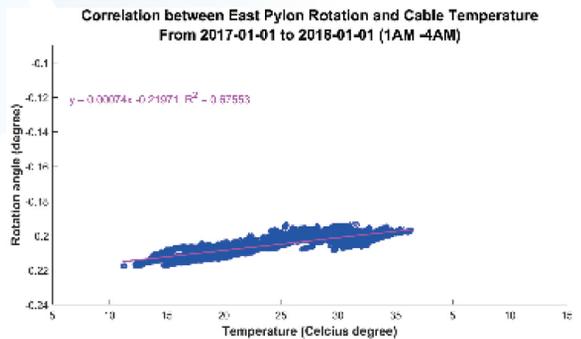
▲ 圖4 2014年到2019年的東側橋塔傾斜角的时间函数

3. 橋塔傾斜角及鋼纜溫度的回歸關係

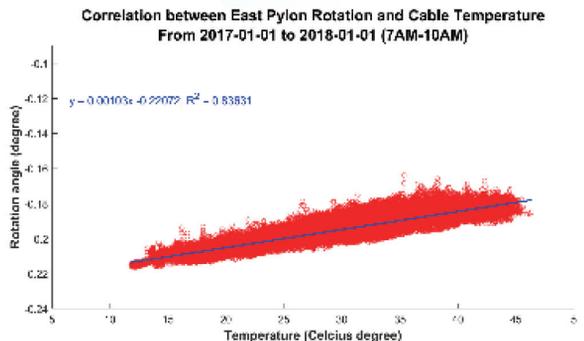
因為橋塔傾斜角的變化與溫度變化和行人數量有很大的關係，若選取2017年1月1日至2018年1月1日間，每日的三個不同時段來分析溫度及行人數量對傾斜角變化造成的影響。如圖5所示，針對三個不同時段分別有三種不同的假設：第一個時段是1:00AM到4:00AM，這個時段的假設是橋面版上無行人及低溫效應、第二個時段是7:00AM到10:00AM，此時段的假設是中等行人載重及中等溫效應、最後一個時段則是4:00PM到7:00PM，並假設重度行人載重及中等溫效應。

當我們將三個時段拿來比較，可以發現7:00AM - 10:00AM這個時段的鋼纜溫度跟橋塔

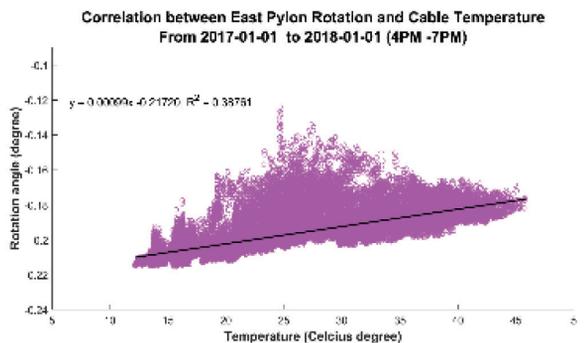
傾斜角的相關程度為三者之最，也就是說當橋面版上面的行人越少，溫度變化對橋塔傾斜角的影響就越明顯。反觀4:00PM - 7:00PM，橋面版上行人數量增加，反而使得溫度-橋塔傾斜角線性迴歸線的 R^2 從7:00AM-10:00AM時段的0.836降低至0.388，這表示當橋上行人增加，溫度變化對橋塔傾斜角的關聯性就降低了。



a. 1:00AM - 4:00AM



b. 7:00AM-10:00AM



c. 4:00PM - 7:00PM

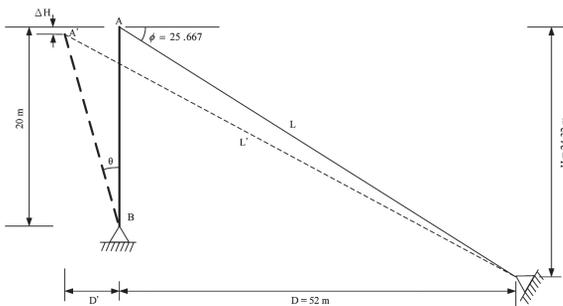
▲ 圖5 三個不同時段的東側傾斜角與鋼纜溫度的回歸關係

三、資料判讀與結構行為分析

結構健康監測系統與傳統結構行為量測系統最大的差別在於，監測結合了資料自動擷取傳輸、損傷診斷和損傷預測演算法和預警機制。在過去的數十年內，人們在結構損傷辨識演算法投入了大量的研究，「振動法」是最被廣泛用來研究結構損傷辨識的方法。原理在於藉由振動歷時資料分析可得到動態特徵的變化（主要是模態參數），並透過動力特徵的變化進一步評估可能是造成結構損傷的物理特性變化。但是現實中的振動訊號還是存在著許多可能混淆人們判斷結構損傷的因素。

1. 鋼纜溫度與橋塔傾斜角之間的關係

鋼纜是吊橋重要的命脈，因此鋼纜索力的監控是一個很重要的課題。一般而言，鋼纜的容許應力值是鋼纜極限強度的45%。由圖6可知碧潭橋鋼纜索力的改變會使得橋塔繞著鉸支承傾斜。鋼纜索力與橋塔傾斜角之間呈線性關係，且鋼纜索力等於鋼纜於橋塔傾斜角為零時的內力與相應傾斜角變化對應的內力增量的總合。鋼纜索力變化一部分由活載變化造成，另一部分則由溫度效應造成。



▲ 圖6 鋼纜伸長量與橋塔傾斜角之間的幾何關係

圖6展示了碧潭行人吊橋後拉鋼纜的長度 L' 與橋塔傾斜角 θ 之間的關係。由此關係可以

推得與傾斜角相應的鋼纜應變增量：

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{L' - L}{L} = \frac{[(L \cos\phi + 20 \sin\theta)^2 + (L \sin\phi - 20(1 - \cos\theta))^2]^{\frac{1}{2}} - L}{L} \quad (1)$$

其中， $\Delta\varepsilon$ 為應變變化量

L 為鋼纜原長

L' 為鋼纜變化後的長度

θ 為橋塔傾斜角

$\phi = 25.667$ 為橋塔傾斜角為零時，鋼纜與水平面的夾角

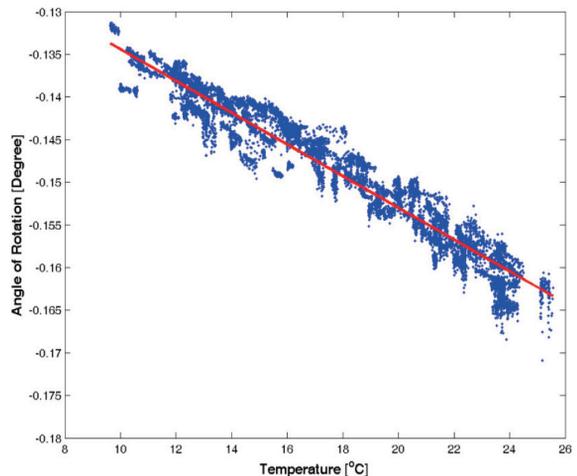
如果應變變化單純由溫度變化 ΔT 造成，那麼我們可以將上式改寫為 θ 與 ΔT 的關係式：

$$\Delta T = \frac{[(L \cos\phi + 20 \sin\theta)^2 + (L \sin\phi - 20(1 - \cos\theta))^2]^{\frac{1}{2}} - L}{\alpha L} \quad (2)$$

其中， α 為鋼纜的熱膨脹係數

ΔT 鋼纜溫度變化

當 $\alpha = \frac{12 \times 10^{-6}}{^\circ\text{C}}$ 且 $\phi = 25.667^\circ$ 時，理論轉換係數可由式(2)算得為 $0.0022^\circ/\text{C}$ 。而圖7所示每日2AM到4AM鋼纜溫度與西側橋塔傾斜角回歸線推得的現地傳遞係數為 $0.0019^\circ/\text{C}$ 。



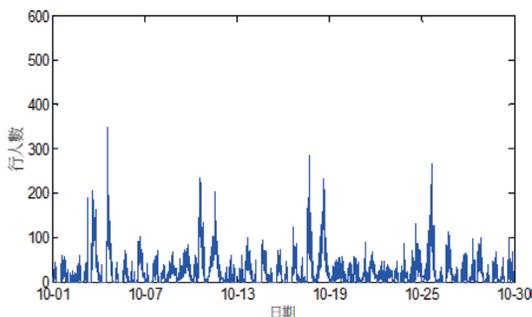
▲ 圖7 每日2AM-4AM鋼纜溫度與西側橋塔傾斜角之間的回歸關係



上述二轉換係數相當接近，但是因為鋼的熱膨脹係數並不會剛好等於 $12E-6/^{\circ}C$ ，而是在 $11E-6/^{\circ}C \sim 13E-6/^{\circ}C$ 之間，所以兩者之間仍有差異。

2. 橋面版上行人數量的推估

行人為碧潭吊橋的外力主要來源，此載重不僅會增加橋梁鋼纜、橋塔及錨定塊的受力外，它也會造成橋面版振動使橋梁的舒適度降低。為了行人出入的方便性，碧潭吊橋並未佈設接觸式的人員計數器，因此改用間接方式來評估橋面人數，規範訂定行人吊橋的設計活載重為 $300kg/m^2$ ，此設計載重足以讓4至5位75kgf的人站在 $1m^2$ 的橋面版上。但如果我們將材料老化、結構損壞以及振動都考慮進去的話，此時橋面版上的人數就必須要控管。為此，我們利用橋塔的傾斜角以及鋼纜溫度去估算橋面版上的行人數量。2014年6月28日曾用人工計數方式算得橋面版上的行人數量。首先，我們先將由溫度效應造成的橋塔傾斜角從傾斜計得到的資料扣除掉，接著再將橋面版上的行人數量與修正後的傾斜角資料進行線性回歸。如此，我們便可以以轉換係數推估橋面版上的行人數量如圖8所示。



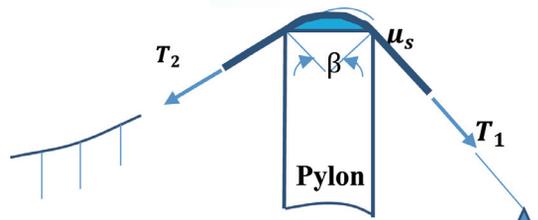
▲ 圖8 由橋塔傾斜角及鋼纜溫度預估橋面版的行人數量

四、藉由振動法推得鋼纜索力

在前一個章節中，我們提供了評估溫度效應以及活載重造成的鋼纜索力增量的方法。而由皮帶摩擦理論可以得知，當橫跨橋塔頂端鞍座兩側的鋼纜索力分別為 T_1 及 T_2 、接觸角為 β ，如圖9所示，且接觸面摩擦係數為 μ_s 時， T_1 及 T_2 的關係式可由式(3)表示：

$$T_2 = T_1 e^{\mu_s \beta} \quad (3)$$

此外，由於沒有其他鋼纜與後拉鋼纜連結，所以後拉鋼纜的索力 T_1 可以由梁振動理論推得。求得 T_1 後，吊橋主跨的索力 T_2 便可以由式(3)得之。再者，如果 T_1 及 T_2 可以由其他方法求得，那麼式(3)就可以用來求取接觸面摩擦係數 μ_s ，通常吊橋鞍座 $\beta = 23^{\circ}$ 。以下介紹求取 T_1 的方法。



▲ 圖9 橫跨橋塔頂端鞍座兩側的鋼纜索力 T_1 及 T_2

碧潭行人吊橋後拉鋼纜的索力 T_1 可以藉由量測其組成的鋼索的內力而得。由簡支梁的振動理論可知，當簡支梁的跨距為 L 、單位長度的質量密度為 m ，且承受拉力 T 時，其第 n 模態的模態振型函數 ϕ_n 及自然頻率 f_n 可由式(4)及式(5)求得。

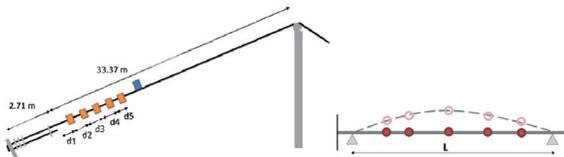
$$T = \frac{4mL^2 f_n^2}{n^2} - n^2 \pi^2 \left(\frac{EI}{L^2} \right) \quad (4)$$

$$\phi_n = A \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (5)$$

其中， EI 為梁的撓曲剛度

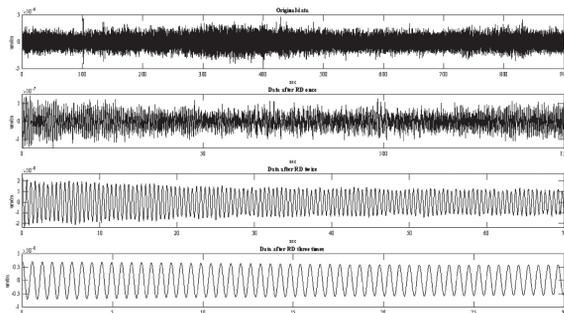
由式(4)可知，當有了鋼索的模態數 n 以及

其自然頻率 f_n 求就可以解得鋼索軸向索力。上述二式僅適用於簡支梁。因此雲林科技大學陳建州教授等人發展出了一套可以解決這個問題的方法，稱為多點振動量測，如圖10所示，多點振動量測是用來計算邊界條件較複雜的鋼索的有效振動長度。

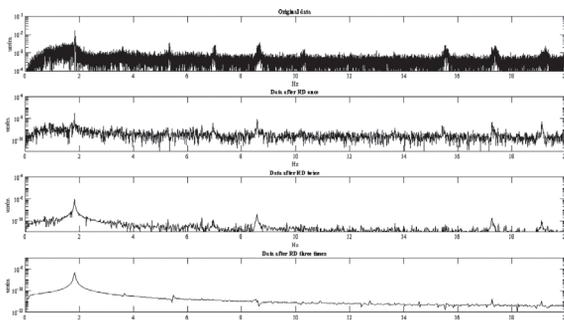


▲ 圖10 由多點振動量測法準確地計算斜張橋的有效振動長度以推得其鋼纜索力

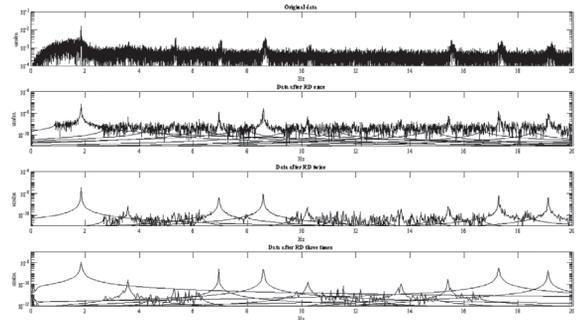
除此之外，為了獲得更良好的自然振動訊號以提升模態分析的精度，我們使用了一套包含多重隨機遞減法(MRD)的訊號處理程序，見圖11~圖13是執行MRD的過程。



▲ 圖11 MRD處理過後的訊號

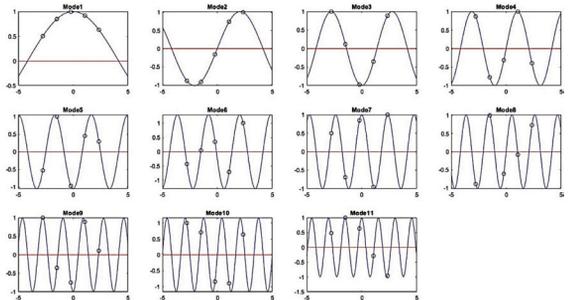


▲ 圖12 MRD處理過後，尚未截止頻率的訊號頻譜



▲ 圖13 MRD處理過後，已截止頻率的訊號頻譜

獲得較好的自然振動訊號後，鋼纜的有效振動長度就由多點振動量測求得。將鋼纜的有效振動長度及其模態數 n 帶入式(4)中即可求得鋼纜軸向索力。



▲ 圖14 利用擬和模態振型曲線來推估受軸力的簡支梁

五、透過橋梁的幾何構形求解鋼纜內力

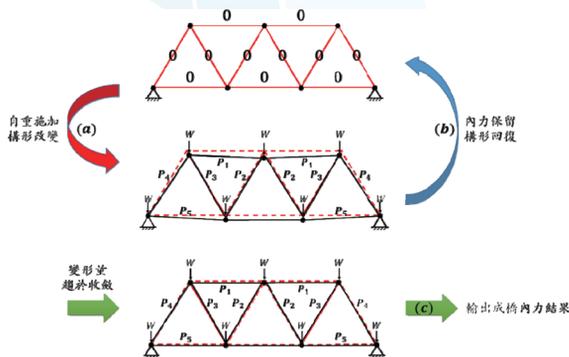
主索的拉力大小關係著吊橋的安全性。但是由於多數現存的吊橋並沒有安裝監測系統，因此本文將介紹一種由懸索結構的非線性幾何特性發展而得的平衡構形匹配技術來替代求解鋼纜的內力。

我們運用一種稱為「向量式有限元素法」(VFIFE)的創新計算力學來求解鋼纜內力，它與傳統的有限元素法相比有以下優點：VFIFE採



用了過去有限元素法裡位置向量以及反應參數（例如：位移及時間）從初始時間到結束時間內任意時刻的連續時間函數。此外VFIFE發展了一套計算代表性粒子 α 的內力 F_{int}^α 的理論：代表性粒子的移動必須遵守力學法則，其位移向量 d_α 包含了移動及轉動。在VFIFE分析中，只需要計算各個代表性粒子的運動，不需要用到整體結構物的勁度矩陣。

圖15展示了VFIFE計算變形結構桿件內力的演算法。首先，我們要先由結構物的變形幾何結構配置建立一個平衡狀態中N個節點且結構桿件內力為零的VFIFE模型。

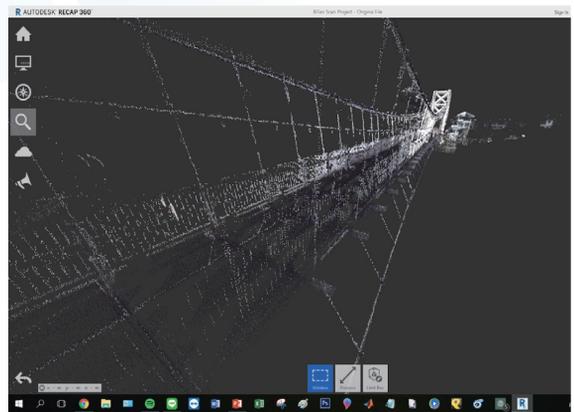


▲ 圖15 VFIFE鋼纜內力求解演算法

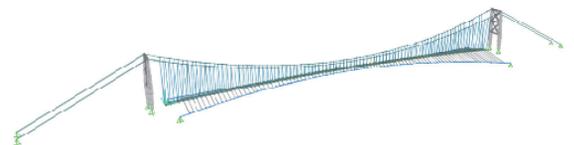
我們稱此變形結構配置為 SC_{Eq} ，並且將各個節點的位置向量定義為 \bar{x}_i ($i = 1, 2, \dots, N$)。再將與此變形結構配置相關的呆載重施加在 SC_{Eq} 上，如此一來，我們就可以得到新的結構配置 $SC^{(1)}$ ，其M個結構桿件的內力分別為 $P_j^{(1)}$ ($j = 1, 2, \dots, M$)，且 $P_j^{(1)}$ ($j = 1, 2, \dots, M$)將會作為下一次迭代的初始內力。經過k次迭代，我們會用式(6)檢驗位置向量 $x_i^{(k)}$ ($i = 1, 2, \dots, N$)的收斂性。如果滿足式(6)，那麼我們便停止迭代過程，且此時的桿件內力 $P_j^{(k)}$ ($j = 1, 2, \dots, M$)就是變形結構配置 SC_{Eq} 平衡狀態的內力。

$$\frac{1}{N} \left(\sum_i^N (x_i^{(k)} - \bar{x}_i)^2 \right)^{\frac{1}{2}} < \varepsilon \quad (6)$$

圖16(a)及(b)分別是由光達掃描碧潭吊橋的點雲圖及由SAP2000、設計資料和現地量測資料綜合起來建置的模型，如圖17所示。利用VFIFE演算法，第k次替代的變形結構配置 $SC^{(k)}$ 符合式(6)，收斂到如圖17中之藍色構形所示，且其內力與結構的搭載重達平衡狀態。

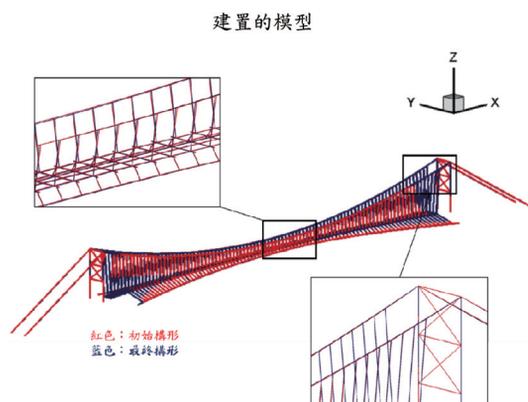


(a)



(b)

▲ 圖16 (a)光達掃描碧潭行人吊橋的點雲圖、(b)由SAP2000、設計資料和現地量測資料綜合起來建置的模型



▲ 圖17 初始構型與最終構型的比較

表1中，VFIFE分析結果的後拉鋼纜的七條鋼腱合力與用振動法測得的結果十分接近。除此之外，我們在收斂至 SC_{Eq} 的 $SC^{(k)}$ 上的No.5鋼纜施加衝擊力，並在現地量測13處的位移自由振動訊號。由圖14以及表2可以發現，VFIFE分析得到的FFT頻譜與峰值頻率與現地量測的結果十分接近。以上這些結果都在在地驗證了VFIFE構件內力反算法的可行性及正確性。

▼ 表1 VFIFE分析後拉鋼纜索力及振動法量測索力結果比較

Cable No.	Internal Force (kN)
1	199.5
2	201.4
3	201.4
4	203.4
5	205.2
6	205.2
7	207.2
Sum	1423.3
Vibration Method	1483

▼ 表2 現地量測及VFIFE分析碧潭行人吊橋No.5鋼纜的自然振動頻率比較

Item	Frequency (Hz)		
Field Measurement	10.43	11.76	13.05
Numerical Analysis	10.44	11.60	12.63

六、結論與建議

建置長期的結構監測系統除了讓我們能夠評估結構在生命週期中的完整性、耐久性與服務性，也使工程師更有效率地安排結構維護作業。話雖如此，建置結構監測系統卻存在著許多關鍵步驟，本篇文章以碧潭吊橋之監測系統的建置及診斷分析為例，從選取適合的感測系統及信號處理解讀分析，到安全預警及維護管理，必須做許多跨領域技術的整合，這種跨領域的必要性也提示未來工程教育的新趨勢。

☒ 參考文獻

- [1] 陳建州，李政寬，周智傑，張國鎮，「斜張鋼纜索力分析之參數研究」，中國土木工程學刊，第18卷，第4期，第337-345頁(2006)。
- [2] Chen, C.-C.; Wu, W.-H.; Huang C.-H. and Lai, G.-L. (2013). Determination of Stay Cable Force Based on Effective Vibration Length Accurately Estimated from Multiple Measurements, *Smart Structures and Systems*, Vol. 11, No. 4, pp. 411-433.
- [3] Wu, Wen-Hwa, Chen, Chien-Chou; Liao, Jau-An. (2012). A Multiple Random Decrement Method for Modal Parameter Identification of Stay Cables Based on Ambient Vibration Signals. *Advances in Structural Engineering*, vol. 15(6), pp. 969-982.