

傾度儀校正與大地工程 監測系統之應用

三聯科技股份有限公司／羅國文 

一、前言

隨著台灣的工商業蓬勃發展，經濟力的提升，國家大力推動公共工程的建設，諸如高速公路的拓寬與開發、高速鐵路的興建、鐵路工程地下化、捷運系統的拓建、摩天大樓的建築、山坡地的開墾及隧道的開鑿等工程。又山坡地的過份開發，使得每遇豪雨便災害頻傳，造成人民生命財產的損失。因此公共工程與山坡地開發的安全問題，將成為眾所矚目的焦點。此等大地工程皆與土壤及岩石的行為有著密切的關係，而通常在很多狀況下，這些災害在發生前都會有一些預警，如地層些微下陷或擋土牆微變傾斜等，若能及早發現則必能提早預防於未然。因此，工程師必需針對在施工時所引起的地質變動，建立全盤性的安全對策，亦即必需建立全面性的安全監測系統，以避免悲劇的重演。而傾度儀（Inclinometer）系統在大地工程監測上則可扮演十分重要的角色，它是大地工程監測系統中非常重要的精密儀器，可以探測及分析諸如水壩、坡堤、土壤、地層、大樓等之側向位移變動，以及監測自然邊坡的穩定性等，均可作量測及監控，亦可應用於擋土牆之側向移動、結構物四周的沉陷與變動、隧道或地下坑道挖掘的側向移動、開挖工地周邊土壤的側向位移等等的量測工程。所以，傾度儀的準確與否，直接影響施工

與監控的品質及安全性。

所以，傾度儀必須定期作校正，才能使得傾度儀維持在最佳的情況下使用，以確保大地工程的品質。有鑑於此，本文將介紹傾度儀之校正方法及校正之不確定度評估方法，其中評估方法係依據ISO出版的“量測不確定度表示方式指引”（簡稱ISO GUM）中所述的方法，探討傾度儀校正系統中各種不確定度源，並加以分析及計算，再求出其不確定度。

二、系統簡介(Brief overview of measurement system)

1. 系統設備(Measuring standards and equipment)

▼表1 傾度儀校正系統設備一覽表

設備(Equipment)				Remark 備註
Generic name 名稱	MFR./Model/SN 廠牌/型號/序號	Q'ty 數量	使用規格	
精密分度盤	MC/DFT-1440/1204	1	範圍：0°~360° 準確度：0.2" 解析度：15'	標準件
傾度儀 (含顯示器)	Sinco/-/27073B Sinco/50309/5401	1 1	範圍：(-30°~+30°) 解析度：8.25"	查核件
傾度儀校正台	OPUS	1	範圍： 900 mm×600 mm	
傾度儀夾具	自製	1	—	
溫濕度計	TES 1360	1	範圍： 溫度：-20℃~60℃ 相對濕度：10%~95% 解析度：溫度0.1℃ 相對濕度：0.1%	



2. 量測原理(Measurement Principle)

傾度儀主要量測原理，係使用傾斜感應器（Tilt Sensor）來感測傾度儀桿身與鉛垂面之夾角，再由微處理機換算成所需之相對位移量，最後由顯示器顯示出量測值。

由於傾度儀屬特殊量具，現行的國際或國家規範中，均無此項規範，因此本實驗室即針對其功能來設計其校正方法，本項校正主要是校正其傾斜時之讀值與標準角度之差距。

本系統之校正原理為利用一精密度盤（Indexing table）為標準器（立式，其盤面垂直於水平面），將待校傾度儀固定於精密度盤上，當分度盤產生一標準角度（相對於鉛垂面）時，傾度儀亦隨之傾斜相同角度，此時對照其讀值與標準角度之差值即為器差值。

3. 系統組裝圖

本校正系統係由本實驗室自行設計，組裝圖如圖1所示，整座校正台採花崗岩材質，精密度盤豎立固定於固定座（該平面之直角度極佳）上，藉由調整平台之水平，可將精密度盤之盤面調整成垂直於水平面。精密度盤之盤面另安裝傾度儀夾具，用以固定待校傾度儀，並具微調功能。



▲ 圖1 傾度儀校正系統組裝圖

4. 校正程序(Calibration procedure)

有關本系統之詳細校正步驟，請參閱本實驗室所發行之“傾度儀校正程序(SL-ICT-001)”^[1]。

三、量測品保 (Measurement assurance program)

1. 品保方案設計

(1) 本系統量測品保乃參考美國NIST所出版之“NBS 676-II”文獻內之case 1—

“Comparator process for one test item, one reference standard and one check standard”所設計，其著眼點在於選定適當之查核標準件(Check Standard)後，即使用本系統進行對查核標準件一連串量測，所得到之數據再經過統計理論之平均值、標準差及t-test等公式計算後，同時亦可判定整個量測過程是否正常(In control)或是失常(Out of control)。

(2) 本方案中所使用之查核標準件為標準配備之傾度儀，即與待校件相同。並取該傾度儀之量測角度為查核參數(C)，而為使系統評估範圍能含括全部量測範圍且顧及經濟效益，本系統初期取查核參數五點，分別為查核件A-A軸方向之1°、5°、10°、20°、30°等五個角度差值。

2. 統計分析方法(Statistical analysis)

(1) 平均值與標準差

將查核標準件經 n 次量測後，可得查核參數值分別為 C_1 、 C_2 、 \dots 、 C_n ，則其平均值(A_c)為

$$A_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i$$

其標準差為

$$S_c = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (C_i - A_c)^2 \right]^{1/2}$$

(2) 管制界限之設定

為使將來系統之可靠性落在機率99.7%之信賴水準內，必須以管制界限圖管制之，即採用3個標準差為管制上下限，作為爾後校正時之程序管制(例行監控)，如所量測出之查核參數值超出管制界限範圍時，應分析其原因，並設法改進；若每次量測時之查核參數皆落於管制上下限的範圍內，則表示系統是穩定的。此界限之公式如下：

$$\text{管制上限}(UCL) = A_c + 3S_c$$

$$\text{管制下限}(LCL) = A_c - 3S_c$$

(3) 程序控制方法

實際量測應用時，可藉統計理論t-test來檢定整個程序以確定量測過程是否穩定，如下列公式：

$$t_c = \frac{|C - A_c|}{S_c}$$

如當次系統查核時，若 $t_c < 3$ ，且查核參數值介於管制上下限內，則顯示當時整個系統是處於穩定狀態。若 $t_c \geq 3$ ，表示查核參數值已落在管制上下限外，顯示校正系統已處於失常狀態，需查明其原因及解決後始能進行校正工作。

3. 量測不確定源分析(Error source analysis)

形成量測誤差之來源主要有以下幾點：

- (1) 指示器相差值之不確定度 $u(\Delta R)$ 此項不確定度的來源包括重複性與解析度。
- (2) 傾斜角度之不確定度 $u(\theta)$ ， θ 為精密分度盤(標準件)之旋轉角度。

4. 傾度儀校正系統之評估

依據ISO“量測不確定度表示方式指引”的評估方法，首先要列出量測方程式，由傾度儀之操作手冊查得，指示器(+ θ 與- θ)之相差值 ΔR 與傾斜角度 θ 之關係式為傾度儀校正之量測方程式可以以器差 e 表示如式(1)

$$e = \Delta R - 5 \sin \theta \quad (1)$$

其中 ΔR 為傾度儀指示器(+ θ 與- θ 顯示值)之相差值；

θ 為精密分度盤(標準件)之旋轉角度。

若以函數關係式表示，式(1)可寫成如式(2)，函數內的各因子即分別為各項不確定度的誤差源。

$$e = f(\Delta R, \theta) \quad (2)$$

組合標準不確定度(Combined standard uncertainty, u_c)可由式(3)求得。

$$u_c^2(e) = \left[\frac{\partial f}{\partial \Delta R} \right]^2 u^2(\Delta R) + \left[\frac{\partial f}{\partial \theta} \right]^2 u^2(\theta) \quad (3)$$

其中 $\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i)$ 為各項誤差源 x_i 的不確定度分量 $u_i(e)$ 。

對式(1)作各函數因子 x_i 的偏微分，分別可求得各項靈敏係數(Sensitivity coefficient)

$\frac{\partial f}{\partial x_i}$ 分別如式(4)~式(5)所示。

$$\frac{\partial f}{\partial \Delta R} = 1 \quad (4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = -5 \cos \theta \quad (5)$$

式(3)中各項函數因子的 $u(x_i)$ 可利用A類(Type A)或B類(Type B)的評估方法計算，A類評估法係應用統計方法作分析，即對一系



列的觀測值進行統計計算。B類評估法係應用非統計方法作分析，可使用儀器的相關規格或變異量作估算。

分別算出各項之 $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ 及 $u(x_i)$ 後，可代入式

(3)，計算組合標準不確定度 $u_c(e)$ 。

量測不確定度係以擴充不確定度

(Expanded uncertainty, U) 表示，定義如式

(6) 所示。

$$U = ku_c \quad (6)$$

其中 k 稱為涵蓋因子 (Coverage factor)，與信賴水準有關， k 值的選擇，與該量測系統的自由度有關。

5. 傾度儀各分項不確定度的分析

依據 ISO GUM 的不確定度評估方法是要針對各項不確定度源作分析，為求出各項靈敏係數的計算值，首先要作各項因子的估計值如下。

$\theta = 30^\circ$ (因校正範圍為 $0 \pm 30^\circ$ ，故以最大角度作估算)

$\Delta R =$ (指示器 $+\theta$ 與 $-\theta$ 器示值) 之相差值)

各項不確定度分量 $u_i(e)$ 之計算分別敘述如後。

(1) 指示器相差值之不確定度

此項不確定度的來源包括重複性與解析度，重複性的不確定度 $u(\Delta r_1)$ 可應用 A 類評估方法求得。此項不確定度可由各管制圖之查核值，計算其標準差，再取各標準差的最大值，由查核數據分析表 (請參閱附錄一) 得知，其標準差為 1.44 digit，則 $u(\Delta r_1) = 1.44$ ，且自由度 $\nu(\Delta r_1) = 29$ 。而解析度的不確定度

$u(\Delta r_2)$ 可應用 B 類評估方法求得，因相差值之解析度為 1 digit，估計呈矩形分布，則可計

$$\text{算得 } u(\Delta r_2) = \sqrt{\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2}。$$

估計相對不確定度性為 10%，則自由度 $\nu(\Delta r_2) = 50$ 。

因此，相差值之不確定度 $u(\Delta R) =$

$$\sqrt{u^2(\Delta r_1) + u^2(\Delta r_2)} = 1.50。 \text{ 得知 } \frac{\partial f}{\partial \Delta R} = 1， \text{ 則}$$

$$\left| \frac{\partial f}{\partial \Delta R} \right| u(\Delta R) = 1.50。 \text{ 應用 Welch-Satterthwaite}$$

公式，可計算得自由度 $\nu(\Delta R)$ 為

$$\nu(\Delta R) = \frac{u^4(\Delta R)}{\frac{u^4(\Delta r_1)}{\nu(\Delta r_1)} + \frac{u^4(\Delta r_2)}{\nu(\Delta r_2)}} = 33.7。$$

(2) 傾斜角度之不確定度 $u(\theta)$

傾斜角度係由精密分度盤所產生，故其不確定度是來自分度盤之角度不確定度，可由分度盤之追溯報告編號 D170099A 中取得。追溯報告中所給予的不確定度為 $0.33''$ ， $k=1.99$ 且其信賴水準 95%，則 $u(\theta) = \frac{0.33''}{2} \times \frac{1^\circ}{3600''} \times \frac{\pi}{180^\circ} = 8.04 \times 10^{-7}$ 。由式 (5) 計算靈敏係數 $\frac{\partial f}{\partial \theta} = -4.33013$ ， $\left| \frac{\partial f}{\partial \theta} \right| u(\theta) = -3.49 \times 10^{-6}$ 。由追溯報告的 $k=1.99$ ，再由 t 分布表查得 t 為 1.99 時，對應的 $\nu(\theta)$ 自由度為 80。

表 2 為各誤差源分項標準不確定度之綜合列表，而將以上各分項取得的標準不確定度 $u(x_i)$ 代入式 (3)，可得組合標準不確定度

$$u_c^2(e) = (1.50)^2 \times (1)^2 + (-3.49 \times 10^{-6})^2 \times (4.33013)^2 = 2.2403$$

$$u_c(e) = 1.50 \text{ digit}$$

再依據 Welch-Satterthwaite 公式，可計算有效自由度 V_{eff} 得

$$V_{eff} = \frac{u_c^4(e)}{\frac{u_{\Delta R}^4(e)}{\nu(\Delta R)} + \frac{u_{\theta}^4(e)}{\nu(\theta)}} = 33$$

最接近計算值之整數為33，最後之有效自由度 V_{eff} ，若取目前較常用之95%為信賴水準，則由t-分佈曲線可查得當自由度為33時之t值為2.03，亦即式(6)中之涵蓋因子k為2.03，則由式(6)可計算得擴充不確定度U為

$$U = 2.03 \times 1.50 \approx 3$$

因此，可取該校正系統的擴充不確定度為3，亦即傾度儀指示器上的3個顯示值解析度。

▼表2 標準不確定度綜合評估表

不確定度源	估計量 x_i	除數	標準不確定度 $u(x_i)$	靈敏係數 $\frac{\partial f}{\partial x_i}$	$u_{x_i}(c) = \left \frac{\partial f}{\partial x_i} \right u(x_i)$	自由度 $[u(x_i)]$
指示器顯示值 ΔR	1.50	1	1.50	1	1.50	33.7
· 重複性 Δr_1	1.44	1	1.44	1	1.44	29
· 重複性 Δr_1	1	$2\sqrt{3}$	0.4082	1	0.4082	50
傾斜角度 θ	$\frac{0.33''}{2}$	1	8.04×10^{-7}	-4.33013	-3.49×10^{-6}	80

$u_c^2(e) = \sum u_{x_i}^2(e) = 2.2403$
 組合不確定度 $u_c(e) = 1.50$
 有效自由度 $V_{eff}(e) = 33$
 以95%為信賴水準之擴充不確定度 $U_{95} = 3$

6. 管制圖(Control chart)

依前述品保模式，將各組查核數據點繪成圖，並訂定本系統之管制界限，是為管制圖，用以作為校正時例行監控之用，如附錄二所示。

四、系統能量之訂定(Capability and uncertainty assignment)

1. 量測範圍(Measurement scope)

-30° ~ +30°

2. 不確定度(Uncertainty assignment)

最接近計算值之整數為33，最後之有效自由度 V_{eff} ，若取目前較常用之95%為信賴水準，則由t-分佈曲線可查得當自由度為33時之t值為

2.03，亦即涵蓋因子k為2.03

由3.5.2節結論可知道擴充不確定度 = 3 digit(25")

五、評估結論(Evaluation results)

1. 系統之評估結果

本系統目前以查核參數實施系統監控，其功能正常穩定，初期提供傾度儀之校正範圍為(-30° ~ +30°)，擴充不確定度為3 digit(25")，惟送校件必須為完整無缺，且功能正常。

本文敘述傾度儀之應用、校正方法及量測不確定度之評估。傾度儀校正系統之不確定度源共有2項，分別為指示器顯示相差值之不確定度 $u(\Delta R)$ 及傾斜角度之不確定度 $u(\theta)$ ，並分析各項誤差源對不確定度計算之影響。

由傾度儀校正系統評估的結果顯示，得知不確定度主要來自最大項，就是為指示器顯示相差值之不確定度 $u(\Delta R)$ 。因此，傾度儀之精密密度（或重複性）將直接影響指示器顯示相差值之標準差，亦即不確定度分量 $u(\Delta R)$ 。

前述各項的不確定度分析可綜整如表2所示。

2. 爾後注意及發展方向

本系統目前之歸零調整裝置係利用2支推動螺絲及4支固定螺絲作微調，操作時雖不太容易調整，但操作者可多作練習及熟識其技巧與要領，便可勝任。同時，本室亦將針對此歸零調整裝置之設計作適當之改良，以得到更方便之調整方法。

由於本系統可產生標準之傾斜角度，故本系統可拓展至其他角度量測儀器之校正，如電子水平儀、角度水平儀等。

七、參考資料(Reference)

1. 傾度儀校正程序,第2.3版, SL-ICT-001, 三聯科技儀器檢校中心, 106年9月。
2. Digitilt Inclinometer Manual, Model 50309-M Indicator with 50325-M Sensor, Sinco Slope Indicator Co.

八、結語

傾度儀校正與大地工程監測系統有著緊密的相關性, 若不了解量測系統之儀器校正的

重要性可能會耗費許多金錢、人力和時間, 甚至影響量測系統的準確性及有效性, 因此, 三聯科技的顧客希望三聯公司可以提供ISO/IEC 17025國際標準系統的驗證, 以確保得到量測系統的準確及品質, 因此建立國際驗證能力則是我們責無旁貸的責任, 誠如三聯公司的經營理念一樣『人性尊重』, 以及三聯公司的『企業責任』一樣肩負著對員工、股東、以及社會的責任。

三聯科技教育基金會 出版品

三聯薪傳

三聯守護



財團法人 sanlien
www.sanlien.com
三聯科技教育基金會